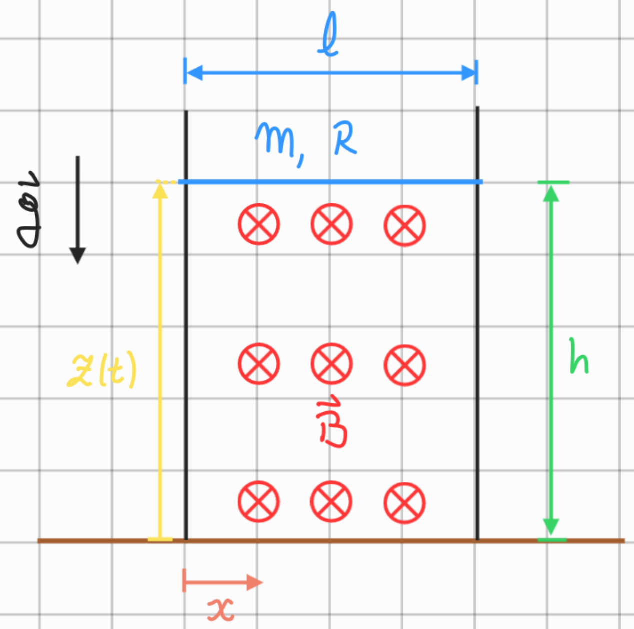


Las barras verticales, la barra horizontal y la tierra forman un circuito. Al caer la barra azul, cambia el flujo de **B** a través del circuito, lo que induce una fem (voltaje), y por tanto, aparece una corriente que al estar en presencia del campo **B** sufrirá fuerza de Lorentz.

$$\Phi = \int_0^z \int_0^l B_0 \hat{y} \cdot \hat{y} \, dx \, dz$$

z indica la altura de la barra azul en el tiempo.

$$\Phi = l B_0 z(t) \Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} = -l B_0 \dot{z} = \varepsilon \Rightarrow IR = -l B_0 \dot{z}$$

$$I = \frac{-l B_0}{R} \dot{z} \quad (1)$$

Luego la fuerza de Lorentz sobre la barra movil es

$$\vec{F}_L = \int_0^l I \hat{x} \, dx \times B_0 \hat{y} \overset{(1)}{=} \int_0^l \frac{-l B_0}{R} \dot{z} B_0 \underbrace{\hat{x} \times \hat{y}}_{\hat{z}} dx = \frac{-l B_0^2}{R} \dot{z} \hat{z} \int_0^l dx$$

$$\vec{F}_L = \frac{-l^2 B_0^2}{R} \dot{z} \hat{z} \quad (2)$$

Los otros lados del circuito están fijos, por lo que no experimentan fuerza (técnicamente sí, pero la fuerza total sobre ellos es nula).

Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_g + \vec{F}_L = \frac{-l^2 B_0^2}{R} \dot{z} \hat{z} - mg\hat{z} \; ;$$

- $\vec{F}_g$: Fuerza de gravedad.
- $\vec{F}_L$: Fuerza de Lorentz.

$$\frac{-l^2 B_0^2}{R} \dot{z} \hat{z} - mg\hat{z} = m\ddot{z}\hat{z} \quad \Big/ \cdot \frac{\hat{z}}{m}$$

$$-\frac{l^2 B_0^2}{mR} v_z - g = \dot{v}_z$$

$$\dot{v}_z + \frac{l^2 B_0^2}{mR} v_z = -g \xrightarrow{\frac{l^2 B_0^2}{mR} \equiv \frac{1}{\tau}} \dot{v}_z + \frac{1}{\tau} v_z = -g \quad (3)$$

Solución homogénea:

$$\dot{v}_z^h = -\frac{1}{\tau} v_z^h \Rightarrow v_z^h = K e^{-t/\tau}$$

Solución particular:

Ansatz: $v_z^p = A \rightarrow$ cte

Reemplazando en (3): $0 + \frac{1}{\tau} A = -g \Rightarrow A = -\tau g$

$$\Rightarrow v_z^p = -\tau g$$

$$\therefore \boxed{v_z(t) = K e^{-t/\tau} - \tau g}$$

Imponiendo CI:

$$v_z(t=0) = 0 = K - \tau g \Rightarrow K = \tau g$$

Finalmente:

$$\boxed{v_z(t) = \tau g\left(e^{-t/\tau} - 1\right)}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \tau g\left(e^{-t/\tau} - 1\right) \Big/ \int dt$$

$$z(t) = -\tau^2 g e^{-t/\tau} - g\tau t + C_0$$

Imponiendo CI nuevamente:

$$z(t=0) = h = -\tau^2 g + C_0 \Rightarrow C_0 = h + \tau^2 g$$

$\therefore$

$$z(t) = -\tau^2 g e^{-t/\tau} - g\tau t + h + \tau^2 g$$

$$\boxed{z(t) = \left(1 - e^{-t/\tau}\right)\tau^2 g - g\tau t + h}$$

b)

Llamamos t* al tiempo en que la barra llega al suelo e imponemos que $z(t = t^*) = 0$ (la barra está a altura nula), que es la condición solicitada, y despejamos t*

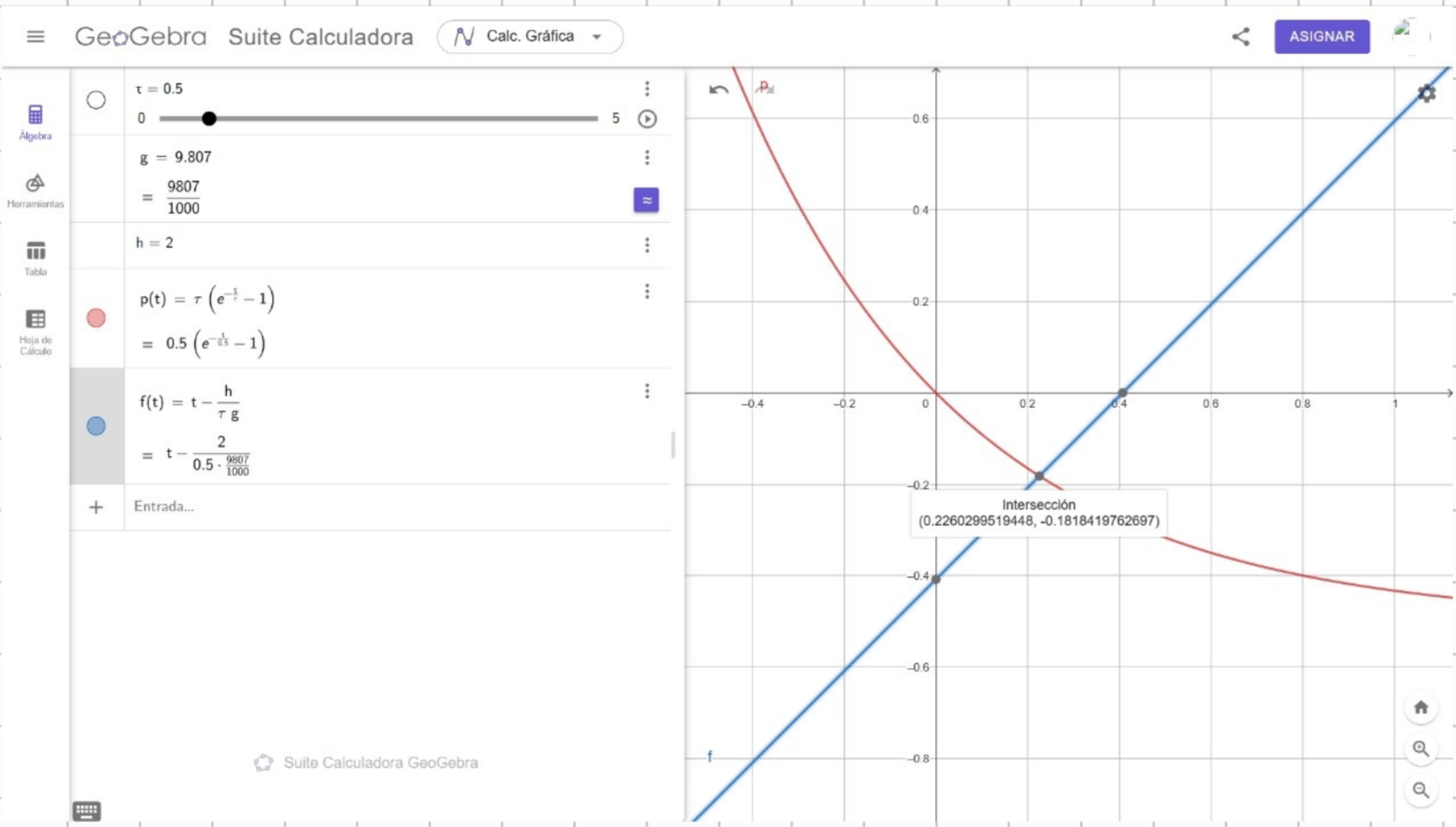
$$z(t = t^*) = 0 = \left(1 - e^{-t^*/\tau}\right)\tau^2 g - g\tau t^* + h \Big/ \times \frac{1}{\tau^2 g}$$

$$0 = 1 - e^{-t^*/\tau} + \frac{t^*}{\tau} - \frac{h}{\tau^2 g}$$

$$t^* = \tau\left(e^{-t^*/\tau} - 1\right) + \frac{h}{\tau g}$$

$$\boxed{t^* - \frac{h}{\tau g} = \tau\left(e^{-t^*/\tau} - 1\right)}$$

Otra vez llegamos a una ecuación trascendental. Una forma de resolverla es graficar ambos lados por separado, y la solución a la ecuación será la intersección de las curvas (ver imagen).



Aquí se fijó τ = 0.5 segundos, h = 2 metros y g = 9.807 metros per segundo cuadrado.