Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 25: Preparación C3

P1. Condiciones de Borde
A partir de las leyes de maxwell derive las condiciones de Borde.

P2. Espiras Mutuas
Considere dos espiras conductoras centradas en el mismo eje, coplanares, de radios a y b con $a \gg b$.

- Calcule la inductancia mutua en los siguientes casos:

  a Ambas están en el plano $z = 0$, una concéntrica a la otra.

  b Las espiras están separadas por una distancia d a lo largo del eje z.

  c Considere ahora el caso anterior, pero suponiendo que entre los planos que contienen a las espiras se forma un ángulo θ.

- Para el caso (b) considere que existe una corriente $I(t)$ por la espira de radio b. Encuetre la corriente en la esprira de radio a si esta tiene una resistencia equivalente R.

- Para el caso (c) cacule el torque que experimentara la espira de radio b si las espriras mantienen las corrientes encontradas en el inciso anterior.

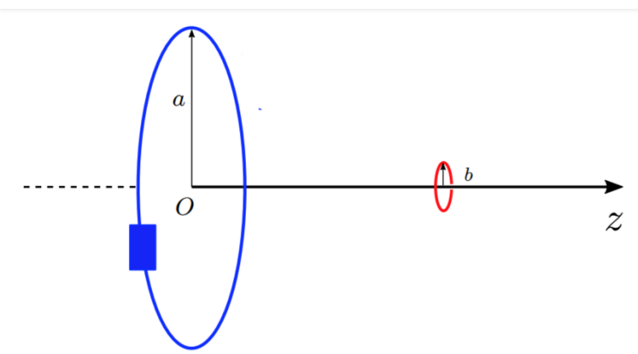

Figura 1: Espiras en caso (b)

P3. Energía Magnetica

Considere un toroide como el que se muestra en la figura, cuyos radios internos y externos son a y b, respectivamente. Tiene alto h y un numero de vueltas N. Considere que la corriente que corre por el cable es I.

(a) Calcule la energía magnética almacenada en el toroide.

(b) Utilizando este resultado, calcule el coeficiente de autoinducción L.

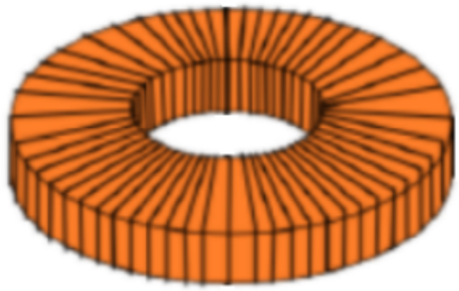

Figura 2: Toroide

Resumen

Inductancia Mutua

Una corriente variable I_1 en un circuito 1 induce una fem variable E_2 en otro circuito 2, esa fem viene dada por:

$$E_2 = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}, \qquad \Phi_2 = M_{21}I_1$$

Análogamente, una corriente variable I_2 en el circuito 2 induce una fem E_1 en el circuito 1:

$$E_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}, \qquad \Phi_1 = M_{12}I_2$$

Donde M_{12} y M_{21} se denominan la **inductancia mutua** entre ambos circuitos. Se cumple que, independientemente de la geometría del sistema:

$$M_{21} = M_{12} = M$$

Autoinductancia

De forma similar al caso anterior, un circuito puede inducirse a sí mismo cuando tiene una corriente variable. La fem autoinducida en ese caso es:

$$E = -L\frac{dI}{dt}, \qquad \Phi = LI$$

Donde L se denomina la **autoinductancia** o simplemente inductancia del circuito.

Energía Magnética

La densidad de energía magnética en un medio material se expresa como:

$$u_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

La energía magnética total contenida en un volumen V se obtiene mediante la integral:

$$U_m = \iiint_V u_m\, dV = \iiint_V \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}\, dV$$

Alternativamente, puede expresarse en términos de la autoinductancia:

$$U_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\Phi I = \frac{\Phi^2}{2L}$$

Leyes de Maxwell en Medios Materiales

Las ecuaciones de Maxwell que rigen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos en medios materiales son:

$$\nabla\cdot\vec{D} = \rho_l \qquad \text{(Ley de Gauss)}$$

$$\nabla\cdot\vec{B} = 0 \qquad \text{(Ley de Gauss Magnética)}$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(Ley de Faraday)}$$

$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J}_l + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad \text{(Ley de Ampère-Maxwell)}$$