

Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025**Profesor:** Ignacio Andrade S.**Auxiliares:** Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.**Ayudante:** Facundo Esquivel.

Auxiliar 21: Medios magnéticos

P1

Considere un cilindro conductor de largo L y radio R . Este cuenta con conductividad σ constante y permeabilidad magnética μ tal que:

$$\mu(r) = \mu_0 \left(\frac{R}{r + \epsilon} \right)$$

con $0 < \epsilon \ll R$.

Además, se encuentra conectado a un circuito, de tal manera que existe una diferencia de potencial V_0 entre sus extremos. Suponiendo que la corriente es homogénea en su interior, calcule los campos \vec{H} , \vec{B} y el vector de magnetización \vec{M} dentro del cilindro.

Encuentre las regiones donde el material se considera diamagnético, paramagnético y ferromagnético. ¿Cuál es la corriente de magnetización?

P2. Dona magnética

Considere una bobina toroidal de sección transversal cuadrada con radio interior a , radio exterior b y altura h ; la cual está hecha de un material de permeabilidad μ_1 para $\varphi \in (0, \alpha)$, y μ_2 en el resto. En torno a la bobina se ha enrollado un alambre con corriente I , el cual da N vueltas a su alrededor.

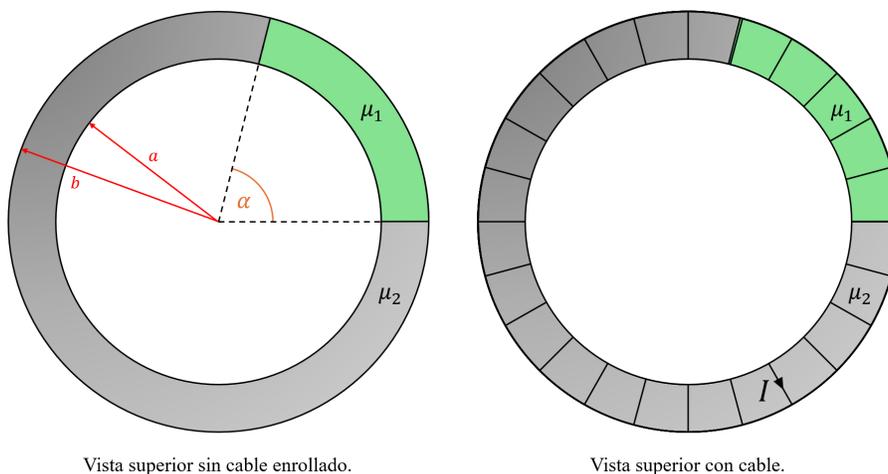


Figura 1

- Calcule el campo magnético y el campo \vec{H} al interior de la bobina.
- ¿Qué ocurre cuando $\mu_2 \rightarrow \infty$? (Esto es lo que pasa en el caso de un material ferromagnético).
- Calcule el flujo de campo magnético a través de una sección transversal del toroide.

Resumen

Medios magnéticos

Corrientes de Magnetización: En presencia de un campo magnético externo \vec{B} , los dipolos magnéticos de los átomos se alinean para dar lugar a un efecto neto llamado “magnetización”, originadas por \vec{M} , distinguiendo corrientes superficiales y volumétricas, que se calculan mediante:

$$\vec{K}_M = \vec{M} \times \hat{n} \quad \vec{J} = \nabla \times \vec{M} \quad (1)$$

Intensidad magnética: Siguiendo con la analogía de dieléctricos, uno puede definir el vector intensidad magnética \vec{H} , el cual cuantifica los efectos de la magnetización del material, de manera que:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (2)$$

lo que permite escribir la Ley de Ampère para materiales:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{libre} \iff \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_{libre} \quad (3)$$

Notar que distinguimos \vec{J}_{libre} de \vec{J}_M , de la misma manera que distinguimos la carga libre de la carga de polarización: la corriente libre la “ponemos ahí a voluntad” (por ejemplo, mediante una batería), mientras que la corriente de magnetización es, por ejemplo, una respuesta del material ante el campo magnético externo \vec{B} .

Medios lineales: En general, la magnetización de un material es proporcional a la intensidad magnética. De esta manera, $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ con χ_m la susceptibilidad magnética del medio. Esto permite reescribir la ecuación (2) como

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \quad (4)$$

donde $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$, que se conoce como la permeabilidad magnética absoluta del material.

Condiciones de borde: Las condiciones de borde para \vec{B} y \vec{H} en la interface entre dos medios son

$$B_2^\perp - B_1^\perp = 0 \quad \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_{libre} \quad (5)$$

Tipos de materiales

Los materiales se pueden clasificar según su respuesta al campo magnético externo en función de su permeabilidad magnética μ (comparada con la del vacío μ_0):

- **Diamagnéticos:**

$$\mu < \mu_0 \quad \text{o equivalentemente} \quad \chi_m < 0$$

- **Paramagnéticos:**

$$\mu > \mu_0 \quad \text{pero cercano a } \mu_0 \quad \text{o} \quad \chi_m > 0 \quad (\text{pequeño})$$

- **Ferromagnéticos:**

$$\mu \gg \mu_0 \quad \text{o equivalentemente} \quad \chi_m \gg 1$$