Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 18: Gracias C2

P1. Fuerza magnética

Si se tiene un cable infinito por el cual fluye una corriente I_1, calcule la fuerza que experimenta un circuito rectangular de lados a y b, por el que fluye una corriente I_2, si este se encuentra situado a una distancia l del cable infinito, como se muestra en la Figura 1.

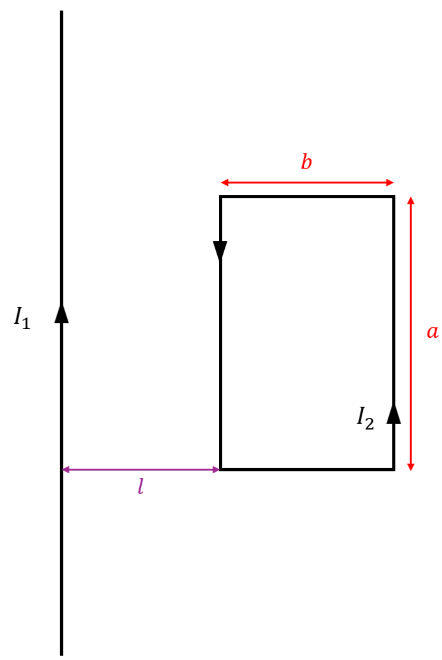

Figura 1: Cables con corriente.

P2. Torque

Considere una espira cuadrada conductora de lado a situada entre dos espiras circulares de radio b ($b \gg a$) también conductoras, ambas espiras circulares están separadas una distancia $2d$ ($d \ll b$) y colocadas en forma paralela. La espira cuadrada de encuentra en el punto medio y su eje de simetría y su eje de simetría, que es perpendicular al eje de las espiras circulares, está conectado a un motor que ejerce un torque restaurador $\tau = k\theta\hat{x}$, con k una constante. Si las corrientes son las indicadas en la Figura, determinar la ecuación que define el ángulo de equilibrio de la espira cuadrada con la horizontal.

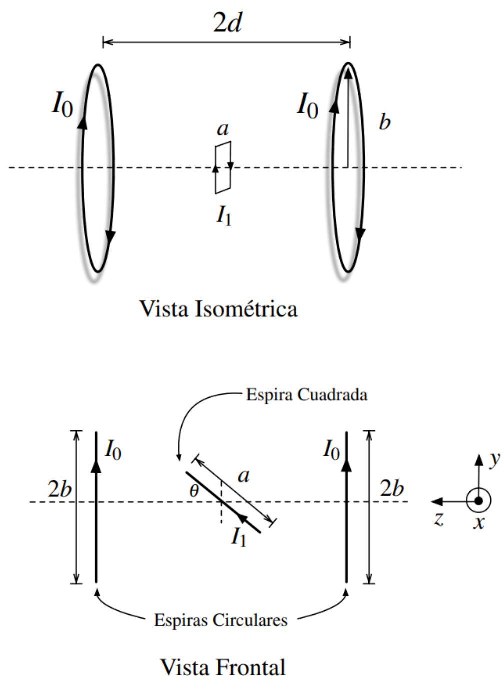

Figura 2

Resumen

Fuerza de Lorentz

La fuerza magnética que experimenta una carga puntual q que se encuentra en movimiento con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético externo $\vec{B}(\vec{r}')$ es

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}') \tag{1}$$

Actualmente es más común llamar Fuerza de Lorentz a toda la fuerza electromagnética que puede actuar sobre una carga q, esto es

$$\vec{F} = q\left(\vec{E}(\vec{r}') + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}')\right) \tag{2}$$

La fuerza magnética neta sobre una distribución de corriente volumétrica $\vec{J}$, en presencia de un campo magnético $\vec{B}$, será

$$\vec{F} = \int_V \vec{J}(\vec{r}') \times \vec{B}(\vec{r}') dV' \tag{3}$$

En el caso de una distribución de corriente superficial se obtiene

$$\vec{F} = \int_S \vec{K}(\vec{r}') \times \vec{B}(\vec{r}') dS' \tag{4}$$

Y si se tiene una corriente I circulando a lo largo de una curva (cable), abierta o cerrada, la fuerza magnética sobre el sistema es

$$\vec{F} = \int_\Gamma I\, d\vec{l'} \times \vec{B}(\vec{r}') \tag{5}$$

donde $d\vec{l}$ es la dirección por la que circula la corriente.

Torque

El torque que experimenta un circuito filiforme cerrado por cual circula una corriente I y que está inmerso en un campo magnético externo $\vec{B}$ es:

$$\tau = \oint_\Gamma \vec{r}' \times \left(I d\vec{l'} \times \vec{B}(\vec{r}')\right) \tag{6}$$

Resumen

Dipolo magnético

Consiste en un circuito circular de radio a, y por lo tanto área $A = \pi a^2$, por el que circula una corriente I, con un vector normal a la superficie $\hat{n}$, donde a es mucho menor comparado con las distancias a las que estamos trabajando ($a \ll r$). Para esta configuración, el momento dipolar magnético $\vec{m}$ es

$$\vec{m} = AI\hat{n} \tag{7}$$

El potencial vector producido por un dipolo magnético situado en el origen corresponde a

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I\pi a^2 \sin(\theta)}{4\pi r^2}\hat{\theta} = \frac{\mu_0 \vec{m} \times \vec{r}}{4\pi r^2} \tag{8}$$

De modo que, usando $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, el campo generado por un dipolo es

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}\left(2\cos(\theta)\hat{r} + \sin(\theta)\hat{\theta}\right) \tag{9}$$

Torque sobre un dipolo magnético: El torque que experimenta un dipolo magnético inmerso en un campo magnético externo es

$$\tau = \vec{m} \times \vec{B} \tag{10}$$

Momento dipolar magnético: El momento magnético $\vec{m}$ de un circuito con corriente I viene dado por

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\oint_{\Gamma} \vec{r'} \times Id\vec{l'} = IA\hat{n} \tag{11}$$

donde A es el área del circuito y $\hat{n}$ la normal a la superficie delimitada por el circuito, su orientación se determina mediante la regla de la mano derecha.
Para distribuciones de corriente superficiales y volumétricas, el momento magnético se puede determinar mediante las siguientes expresiones respectivamente

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int_{S} \vec{r'} \times \vec{K} dS' \tag{12}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int_{V} \vec{r'} \times \vec{J} dV' \tag{13}$$