Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 17: Preparación C2

P1. Tuberia

Dentro de una tubería metálica muy larga de radio a circula un fluido viscoso con una cierta densidad de carga. En los puntos al interior de la tubería se ha determinado que el campo magnético vale:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J_0 r}{2}\left(1 - \frac{r^2}{2a^2}\right)\hat{\varphi}$$

donde J_0 es una constante y r es la distancia al eje del cilindro. Determine

a) El vector densidad de corriente y la intensidad de corriente eléctrica dentro de la tubería.

b) El campo magnético fuera de la tubería.

c) El valor de la densidad superficial de corriente $\vec{K}$ que debe circular por el borde de la tubería para que el campo magnético en el exterior sea nulo (suponga que $\vec{K}$ se distribuye uniformemente sobre la superficie).

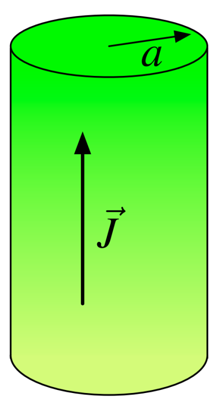

Figura 1: Tubería con fluido cargado.

P2. Esferas circuital:

Considere 4 casquetes esfericos concentricos de conductividad ideal. El del centro de radio R_0 es maciso de conductividad ideal. Luego estan los casquetes de radios R_1, R_2 y R_3. Entre R_0 y R_1 existe un material aislante de permitividad electrica ϵ_1. Entre R_1 y R_2 existe un material de conductividad g_1. Y entre R_2 y R_3 existe un material aislante de permitividad electrica ϵ_1. Ademas imagine que se conecta en un tiempo $t = 0$ el casquete R_0 con el casquete R_3 a travez de una fuente de potencial de magnitud V_0.
Calcule la corriente que circula por el medio conductor para todo $t > 0$.

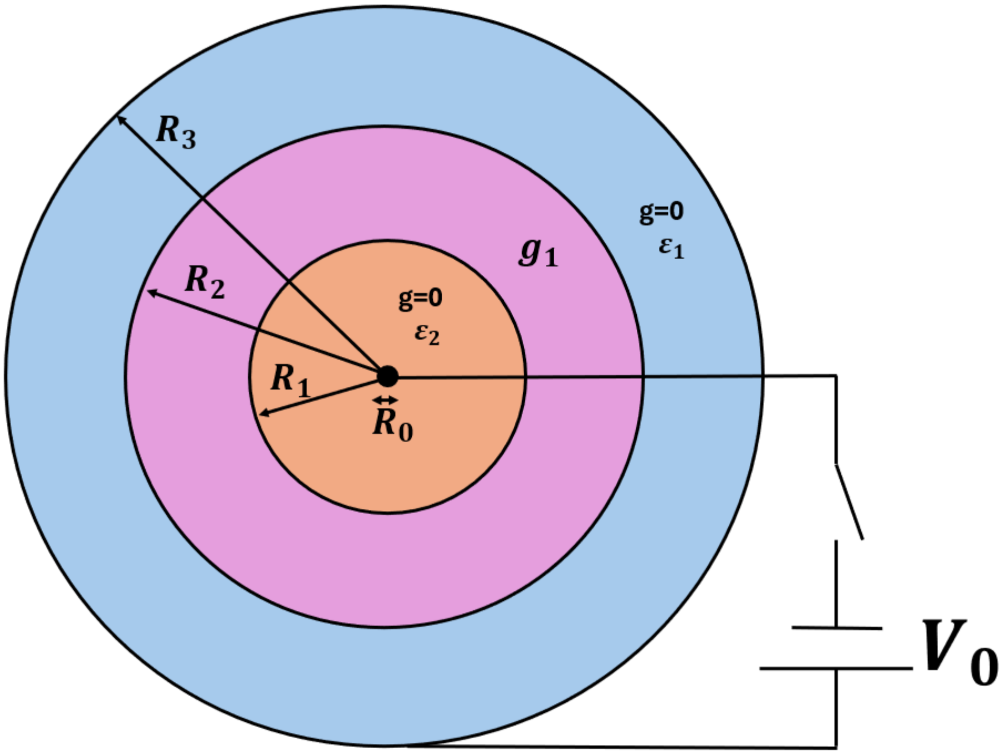

Figura 2: Tubería con fluido cargado.

Resumen

Conductores

Son materiales que tienen la capacidad de reorganizar sus cargas internas en respuesta a un campo eléctrico externo, generando así un campo de igual magnitud, pero en dirección contraria, lo que resulta en su anulación. De esta forma, se cumplen lo siguiente:

1. $\vec{E} = 0$ al interior del material, y por lo tanto $\rho = 0$.
2. Es un equipotencial, o sea, todos los puntos al interior están al mismo potencial.
3. La totalidad de la carga se acumula en las superficies, generando un campo siempre perpendicular a esta, con valor $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$ donde $\hat{n}$ es la normal exterior.

Condensadores

También llamados capacitores, son dispositivos capaces de almacenar energía en forma de campo eléctrico, los cuales están conformados por dos o más conductores en forma arbitraria. La expresión de la capacidad (o capacitancia) está dada por:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

con Q la carga acumulada en la superficie de los conductores y ΔV la diferencia de potencial entre estos.

Los condensadores pueden ser conectados en serie o en paralelo (similar a las resistencias en métodos experimentales), de aquí se pueden obtener las capacitancias equivalentes como:

$$C_{serie} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}\right)^{-1} \qquad C_{paralelo} = \left(\sum_{i=1}^{N} C_i\right)$$

Energía en condensadores: La energía acumulada en un condensador formado por dos conductores de cargas Q y $-Q$, a una diferencia de potencial ΔV puede calcularse como:

$$U = \frac{Q\Delta V}{2} = \frac{C\Delta V^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Ley de Ohm

Existen dos versiones de la ley de Ohm, una a nivel microscópico y otra a nivel macroscópico.

$\vec{J} = \sigma\vec{E}$	Microscópica
$V = RI$	Macroscópica

Resumen

Ley de Biot-Savart

La ley de Biot-Savart nos permite calcular campos magnéticos según las corrientes presentes, ya que los campos magnéticos son producidos por corrientes. Esta ley nos dice que:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{I} \times (\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} \, d\vec{l'}$$

donde:

- $\vec{B}(\vec{r})$ es el campo magnético en el punto $\vec{r}$.
- μ_0 es la permeabilidad del vacío.
- $\vec{I}$ es el vector corriente.
- $\vec{r'}$ es el vector de posición del elemento de corriente.
- $d\vec{l'}$ es el elemento de longitud del conductor.
- $\vec{r} - \vec{r'}$ es el vector que une el elemento de corriente con el punto donde se calcula el campo.

Para el caso en que se tengan densidades de corriente, ya sea superficiales o volumétricas, la ley de Biot-Savart se modifica a:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\vec{K}(\vec{r'}) \times (\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} \, dS'$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r'}) \times (\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3} \, dV'$$

Ley de Ampère

De la ley de Biot-Savart se tiene que:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

Esta ley tiene la ventaja de que nos permite lidiar con problemas de alta simetría, tal como sucedía con la ley de Gauss. En virtud del teorema de Stokes se tiene que:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

Donde I_{enc} es:

$$I_{\text{enc}} = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

Luego, si se tiene alta simetría en el problema, se puede obtener la dirección del campo magnético con la regla de la mano derecha. Así, la integral es fácil de resolver y se puede despejar el campo magnético.