Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar Extra 2: Magnetoestática

P1. Biot-Savart

Dos alambres rectos y muy largos que se conectan a través de un semicírculo de radio R, según se muestra en la Figura 1, portan una corriente I. Encuentre el campo magnético en el punto A, ubicado en el centro de curvatura del semicírculo.

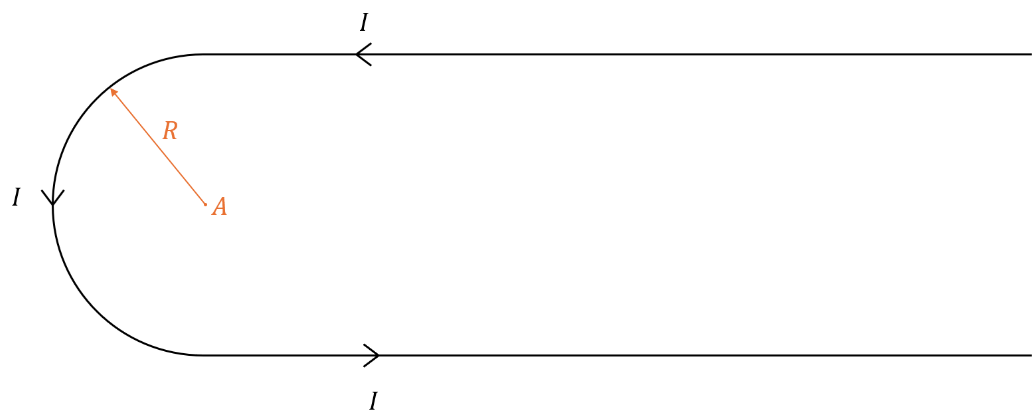

Figura 1

P2. Ley de Ampère

Considere una placa conductora infinita por donde circula una corriente superficial $\vec{K}$. Junto a ésta hay un cilindro con densidad de carga superficial σ y radio R. El eje de simetría del cilindro es perpendicular a la dirección de la corriente $\vec{K}$.
Encuentre la magnitud y el sentido de la velocidad angular del cilindro necesaria para que el campo magnetico dentro de este sea nulo. Ignore los efectos de borde.

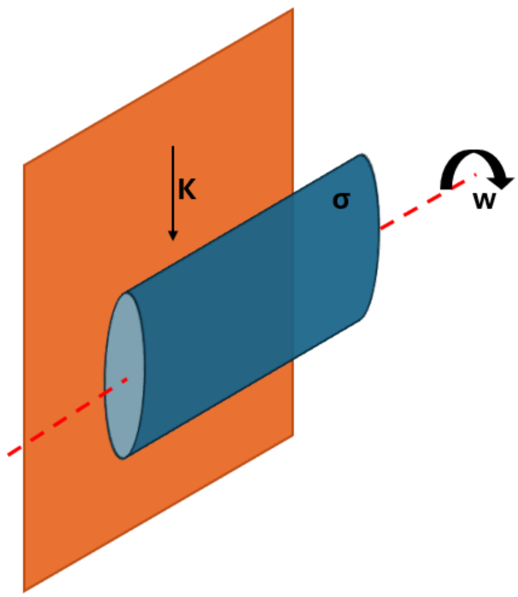

Figura 2

Figura 3: Nunca olvidar.

Resumen

Fuerza de Lorentz

La fuerza magnética que experimenta una carga puntual q que se encuentra en movimiento con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético externo $\vec{B}(\vec{r}')$ es

$$\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}') \tag{1}$$

Actualmente es más común llamar Fuerza de Lorentz a toda la fuerza electromagnética que puede actuar sobre una carga q, esto es

$$\vec{F} = q\left(\vec{E}(\vec{r}') + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}')\right) \tag{2}$$

La fuerza magnética neta sobre una distribución de corriente volumétrica $\vec{J}$, en presencia de un campo magnético $\vec{B}$, será

$$\vec{F} = \int_V \vec{J}(\vec{r}') \times \vec{B}(\vec{r}')dV' \tag{3}$$

En el caso de una distribución de corriente superficial se obtiene

$$\vec{F} = \int_S \vec{K}(\vec{r}') \times \vec{B}(\vec{r}')dS' \tag{4}$$

Y si se tiene una corriente I circulando a lo largo de una curva (cable), abierta o cerrada, la fuerza magnética sobre el sistema es

$$\vec{F} = \int_\Gamma I\, d\vec{l}' \times \vec{B}(\vec{r}') \tag{5}$$

donde $d\vec{l}$ es la dirección por la que circula la corriente.

Ley de Biot-Savart

La ley de Biot-Savart nos permite calcular campos magnéticos según las corrientes presentes, ya que los campos magnéticos son producidos por corrientes. Esta ley establece:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_\Gamma \frac{\vec{I} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}\, dl' \tag{6}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_S \frac{\vec{K}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}\, dS' \tag{7}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}\, dV' \tag{8}$$

Potencial Vector

El campo magnético puede escribirse como el rotor de un potencial vector conocido como $\vec{A}$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{9}$$

Resumen

$\vec{A}$ puede ser calculado como

$$\vec{A}(\vec{r}') = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \tag{10}$$

La fórmula para corrientes superficiales $\vec{K}$ y lineales I se extienden de manera análoga (casi igual que en Biot-Savart).

Ley de Ampère

De la ley de Biot-Savart, y para corrientes estacionarias ($\nabla \cdot \vec{J} = 0$), se tiene que:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \tag{11}$$

Esta ley tiene el beneficio de que nos permite lidiar con problemas de alta simetría, similar a como ocurría con la ley de Gauss. En virtud del teorema de Stokes se tiene:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enl}} \tag{12}$$

donde la corriente enlazada es:

$$I_{\text{enl}} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \tag{13}$$

Luego, si se tiene alta simetría en el problema, se puede obtener la dirección del campo magnético con la regla de la mano derecha; así, la integral es fácil de resolver y se puede despejar el campo magnético. Los casos más comunes son:

1. Alambres/cilindros (rectos) infinitos con corriente.

2. Planos infinitos con corriente.

3. Bobinas infinitas (también llamadas solenoides).

4. Bobinas toroidales.

Para casos de esferas con corriente, la Ley de Ampère NO es útil en la gran mayoría de casos.