Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 12+1: Corriente

P1. Una esfera conductora (perfecta) de radio a está cargada inicialmente con Q_0. Se encuentra rodeada de un medio (1) esférico de radio b, con conductividad g_1 constante. Rodeando al medio (1) hay un medio (2) de radio c, con conductividad g_2 también constante, con $g_1 > g_2$. Más allá del medio (2) hay vacío. Encuentre las densidades superficiales de carga en funcion del tiempo. ¿Cual es la resistencia existente entre $r = a$ y $r = c$?

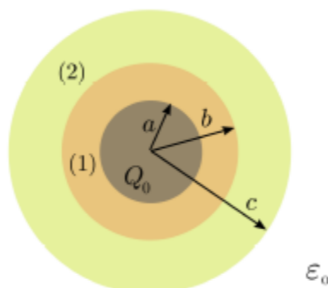

Figura 1

P2. Conductividad no uniforme.
Entre dos placas conductoras de radio a existe una barra conductora cilíndrica de igual radio, longitud L, permitividad ε_0 y conductividad $g(y) = g_0(1 + y/L)$. Si se aplica un potencial V_0 entre las placas:

a) Calcular la densidad de corriente $\vec{J}$ y el campo eléctrico $\vec{E}$ dentro de la barra.

b) Calcular la potencia disipada en un disco de espesor h cuyo centro está situado justo en la mitad del conductor.

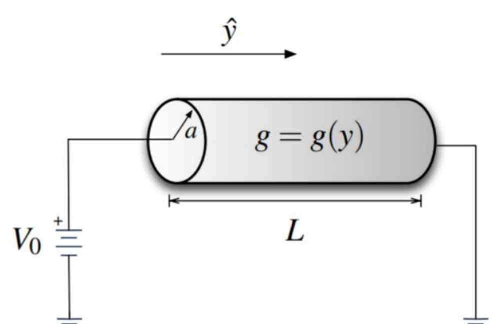

Figura 2: Cable cilíndrico.

Figura 3

Resumen

Corriente

Se define la corriente como el flujo de carga eléctrica que atraviesa un material. Matemáticamente, será la cantidad de carga dQ que atraviesa una sección transversal de un conductor en un tiempo dt, tal que:

$$I = \pm \frac{dQ}{dt}$$

Se introduce el vector densidad de corriente $\vec{J}$ (volumétrica) o $\vec{K}$ (superficial) tal que la corriente I queda caracterizada como:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_l (\vec{K} \times \hat{n}) \cdot d\vec{l}$$

donde $\hat{n}$ es la normal a la superficie donde circula la corriente.

Ecuación de continuidad: Establece un equilibrio entre la carga que se encuentra circulando y acumulando en un mismo sistema. Matemáticamente:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Por otra parte, existe también la denominada Ley de Ohm local que establece que el vector densidad de corriente de un material es proporcional al campo eléctrico dentro de este, relacionados por un parámetro del material conocido como conductividad (g) el cual cuantifica que tan difícil es para la corriente circular por él. Luego la relación será:

$$\vec{J} = g\vec{E}$$

Resistencia (caso general): Se define la resistencia eléctrica R de un conductor a través de la relación $V = IR$. Esta cantidad es función de la geometría del sistema y de la conductividad. De manera general, la resistencia es

$$R = \frac{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\int g\vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

Condiciones de borde para $\vec{J}$: Sean dos medios con conductividades g_1 y g_2. Las siguientes relaciones se cumplen en la interfaz:

$$\hat{n} \cdot (\vec{J}_2 - \vec{J}_1) = -\frac{\partial \sigma_l}{\partial t} \iff J_2^{\perp} - J_1^{\perp} = \frac{\partial \sigma_l}{\partial t}$$

$$\hat{n} \times (g_2\vec{J}_1 - g_1\vec{J}_2) = 0 \iff g_2 J_1^{||} = g_1 J_2^{||}$$

donde $\hat{n}$ es la normal a la superficie en la interfaz. En el estado estacionario, la primera relación se transforma en:

$$J_2^{\perp} - J_1^{\perp} = 0$$

Resumen

Pérdidas por efecto Joule: También conocida como potencia disipada, corresponde al fenómeno donde si por un conductor circula una corriente eléctrica, parte de la energía se transforma en calor. Está dada por la expresión:

$$P = \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$$

Potencia disipada: Para una resistencia R sobre la que circula una corriente I y se encuentra sometida a una tensión V, la potencia disipada será:

$$P = VI = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$