

Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025**Profesor:** Ignacio Andrade S.**Auxiliares:** Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.**Ayudante:** Facundo Esquivel.

Auxiliar 10: Preparación para el Control 1

P1.

Considere un cilindro con densidad de carga dada por: $\rho = \rho_0 z$ Donde z es la distancia a el area transversal central del cilindro, positiva hacia un lado y negativa hacia el otro. Además existe un campo electrico externo de magnitud E uniforme. Este forma un angulo β con el eje de simetría. (ver figura). Calcule:

- La fuerza y el torque que va a experimentar el cuerpo debido al campo externo. En funcion de β .
- Energia del dipolo debido al campo externo. ¿Cual es el trabajo maximo que puede hacer el campo externo sobre el dipolo?

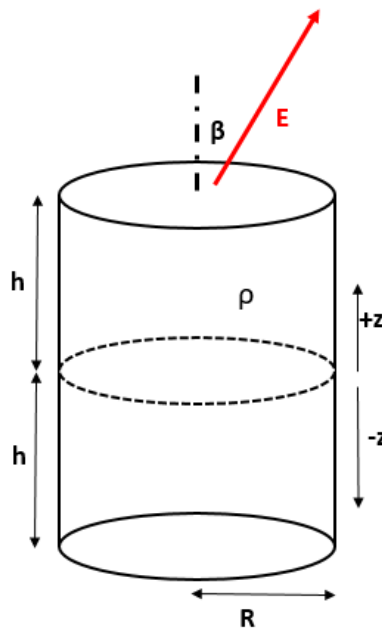


Figura 1: Cuerpo cargado .

P2. Superposición

Un plano infinito con densidad de carga superficial uniforme σ se encuentra pegado a un bloque infinito de grosor d y con densidad de carga volumétrica uniforme ρ , como se muestra en la Figura 1.

Calcule el campo eléctrico en todo el espacio.

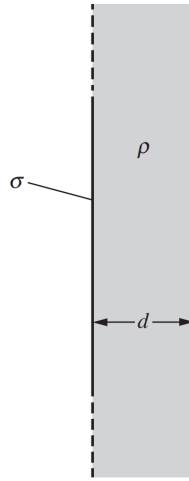


Figura 2: Plano y bloque infinitos cargados.

Resumen

Ley de Gauss

La ley de Gauss en su forma diferencial es:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Realizando una integral de volumen y aplicando el teorema de la divergencia se llega a la forma integral de la ley de Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

La ley de Gauss es siempre válida, pero es muy útil cuando se tienen simetrías en el campo eléctrico. Para asumir las simetrías correctas, hay que observar qué simetrías tiene ρ , ya que $\vec{E}$ imita esas simetrías.

Dipolos

Un sistema tiene comportamiento de dipolo si su momento monopolar es nulo (esto es, carga total nula) y momento dipolar no nulo. Para cargas puntuales, el momento dipolar viene dado por:

$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i \quad (3)$$

Para una distribución continua de carga:

$$\vec{p} = \int_{\text{distrib}} \vec{r} dq(\vec{r}) \quad (4)$$

Dipolo en un campo eléctrico externo

Fuerza sobre un dipolo:

$$\vec{F}_{\text{dipolo}} = \begin{cases} 0 & \text{si } \vec{E} \text{ es uniforme} \\ (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E} & \text{si } \vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) \end{cases}$$

Torque sobre un dipolo:

$$\vec{\tau}_{\text{dipolo}} = \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_-$$

Para un campo uniforme:

$$\vec{\tau}_{\text{dipolo}} = \vec{p} \times \vec{E}$$

(El dipolo siempre tiende a alinearse con el campo eléctrico externo $\vec{E}$).

Energía de un dipolo (debido a un campo externo):

$$W_{\text{dipolo}} = (+q)V\left(\frac{\vec{a}}{2}\right) + (-q)V\left(-\frac{\vec{a}}{2}\right) = q \left[V\left(\frac{\vec{a}}{2}\right) - V\left(-\frac{\vec{a}}{2}\right) \right]$$

Usando aproximaciones de primer orden, esto se puede simplificar a:

$$W_{\text{dipolo}} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$