Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar Extra 1: Dieléctricos 2

P1. Condiciones de borde
Un Alambre infinito con densidad de carga lineal λ_0 se encuentra en el eje de un cilindro hueco de radio R y denisdad de carga superficial σ_0. En el interior del cilindro se colocan dos dieléctricos de constantes ε_1 y ε_2 que ocupan igual volumen dentro del cilindro (en la Figura 1 se observa un corte del sistema). Si en el exterior hay un dieléctrico de constante ε_3, se pide:

a) Calcular $\vec{E}$, $\vec{D}$ y $\vec{P}$ en todo el espacio.

b) Determinar las densidades de polarización volumétricas y superficiales.

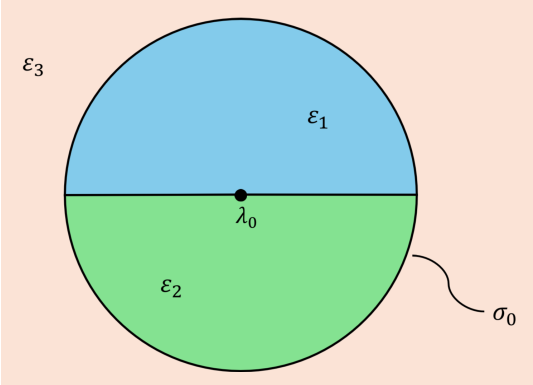

Figura 1: Vista aérea del sistema.

P2. Permitividad no uniforme
Se tienen dos discos conductores paralelos de radio R separados una distancia $d \ll R$. Entre ellos hay un dieléctrico cuya permitividad sigue la siguiente relación.

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)r/R$$

Si los discos se encuentran a una diferencia de potencial V_0.

a) Calcule el campo eléctrico y vector desplazamiento entre los discos.

b) Determine la polarización $\vec{P}$, la densidad de carga de polarización volumétrica ρ_p y las densidades de carga de polarización superficiales σ_p.

c) ¿Cuál es la carga total contenida en la placa inferior?

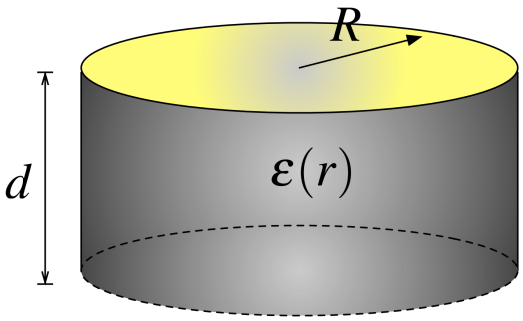

Figura 2

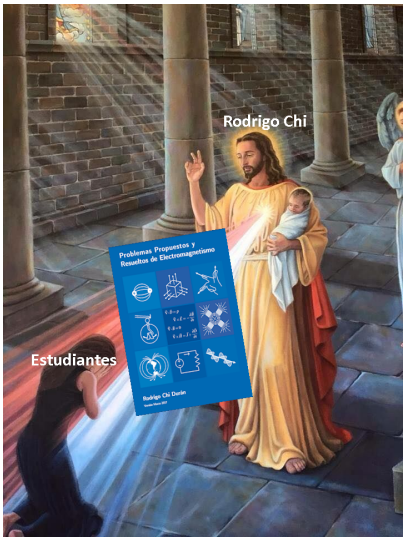

Figura 3: Gracias por todo Chi.

Resumen

Dieléctricos

Densidades de carga de polarización: Cuando un material dieléctrico se polariza, aparecen cargas de polarización, las cuales pueden ser calculadas a partir del vector de polarización como sigue:

$$\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P} \qquad \sigma_p = \vec{P}|_{borde} \cdot \hat{n}$$

donde $\hat{n}$ es la normal **exterior** a la superficie del dieléctrico.

Vector desplazamiento: Para un medio dieléctrico lineal (los que veremos en el curso) se cumple que:

$$\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \vec{E}$$

donde ε es la permitividad absoluta del material.

Ley de Gauss en medios materiales: Dentro de un medio material de permitividad ε se cumple:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l$$

con ρ_l la densidad de carga **libre**.

En forma integral tenemos:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}^{(l)}$$

donde $Q_{enc}^{(l)}$ es la carga **libre** encerrada por la superficie S.

Energía Eléctrica

Energía electrostática en medios dieléctricos: Para una distribución continua la energía se calcula como:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$

esta integral se debe realizar sobre **todo el espacio**. Noten que la otra fórmula para la energía eléctrica en el vacío es un caso particular de esta.

Condiciones de borde para dieléctricos

Suponga que tiene dos medios dieléctricos que están juntos, donde $\vec{E_1}$ y $\vec{E_2}$ son los campos a cada lado de la interfaz que separa dichos medios. Si $\hat{n}$ es el vector unitario normal a la superficie que **va del medio 1 al 2**, las condiciones de borde para los campos $\vec{E_1}$ y $\vec{E_2}$ son:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D_2} - \vec{D_1}) = \sigma_l \iff D_2^{\perp} - D_1^{\perp} = \sigma_l$$

$$\hat{n} \times (\vec{E_2} - \vec{E_1}) = 0 \iff E_2^{\parallel} - E_1^{\parallel} = 0$$

La primera condición indica que el *salto* en la componente normal (perpendicular a la interfaz) de $\vec{D}$ viene dado por las densidades de cargas libres presentes en la interfaz. La segunda condición nos dice que la componente tangencial (paralela a la interfaz) del campo eléctrico es continua a través de los medios.