Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 6: Mira ese potencial

P1.
Suponga dos puntos, cada uno al centro de placas cargadas muy grandes. Estas se ubican paralelas una sobre la otra a una distancia h. La de abajo tiene una densidad de carga uniforme y conocida σ_1. Se pide encontrar la densidad de carga para la placa superior de modo que la diferencia de potencial entre ambos puntos sea de V_1. Repita para el caso donde existe en medio de las placas una carga puntual q ubicada como se ve en la Figura 1.

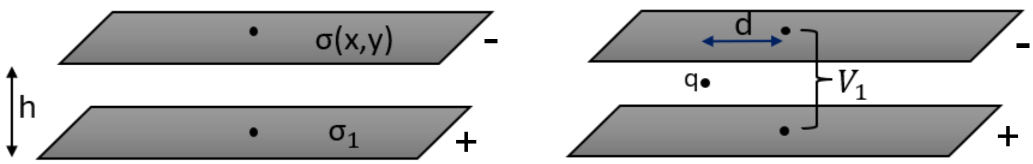

Figura 1: Placas paralelas.

P2. Pregunta no densa
Un cable coaxial consiste en una parte interior maciza de radio a, y un cascarón cilíndrico externo de radio b (Figura 2) separados por vacío. Este posee una densidad de carga volumétrica uniforme $\rho > 0$ en su parte interior, y una densidad de carga superficial uniforme $\sigma < 0$ en su parte exterior, de manera que la carga total del sistema es 0. El largo L del cable es mucho mayor a b.

a) Calcule el campo eléctrico en todo el espacio.

b) Calcule el potencial en todo el espacio.

c) Grafique $|V(r)|$.

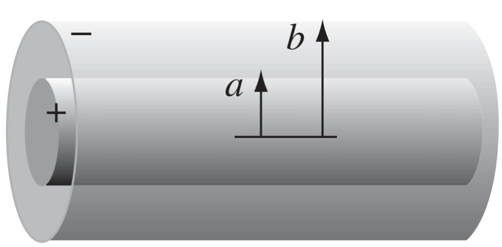

Figura 2: Cable coaxial.

P3. Terminar lo que empezamos
En el auxiliar pasado obtuvimos:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0}\hat{r}, & r < a \\ \frac{kr}{3}\hat{r}, & r \in (a,b) \\ \frac{b^2}{\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{k\varepsilon_0}{3}b + \sigma_2\right)\hat{r}, & r > b \end{cases}$$

Y sabemos además que $V(r) = -\frac{k}{6}r^2$ para $r \in [a,b]$. Nos falta despejar σ_2 y el potencial en todo el espacio.

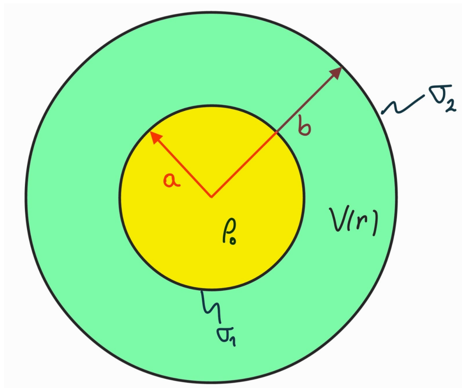

Figura 3: Trauma.

Figura 4

Resumen

Laplace y Poisson

Ecuaciones de Poisson y Laplace: El potencial eléctrico cumple la Ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

donde $\nabla^2 V$ es lo que se conoce como el Laplaciano de V. Para regiones del espacio donde no existe densidad de carga (i.e. $\rho = 0$) se tiene la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0$$

Estas ecuaciones diferenciales se pueden resolver si se conocen las condiciones de borde necesarias para el potencial e imponiendo la continuidad de este. Finalmente, el campo eléctrico se puede despejar mediante $\vec{E} = -\nabla V$

Laplaciano en diferentes sistemas coordenados:

1) Cartesianas: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

2) Cilíndricas: $\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

3) Esféricas: $\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$