Electromagnetismo FI2002-3 Otoño 2025
Profesor: Ignacio Andrade S.
Auxiliares: Felipe Carrasco & Pablo Guglielmetti.
Ayudante: Facundo Esquivel.

Auxiliar 3: Distribución de Carga

P1.
Considere un cilindro cargado de altura h y radio R. Su densidad de carga volumétrica está dada por la expresión:

$$\rho(r, z) = 3q_0 r^2 \sqrt{z}$$

Considere $z = 0$ la base del cilindro y r la distancia a su eje de simetría. Calcule la carga total del cuerpo.

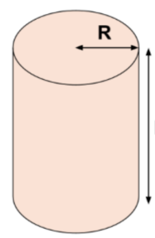

Figura 1

P2.
Considere dos placas infinitas y paralelas a una distancia d. La placa inferior tiene densidad de carga superficial σ, mientras que la superior tiene densidad 2σ. Además, la placa superior contiene un agujero de radio R.
Encuentre los puntos donde el campo eléctrico se anula.

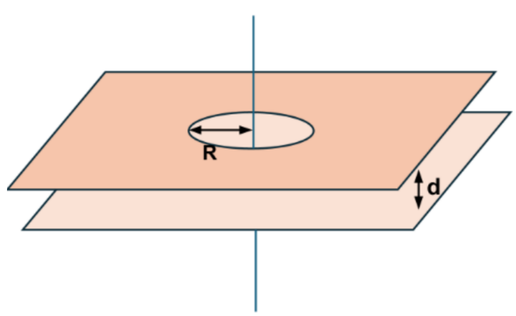

Figura 2

P3.
Considere un anillo de radio R con una densidad de carga lineal dada por:

$$\lambda(\theta) = q_0 |\theta| \pi$$

Donde $\theta \in [-\pi, \pi]$.
Encuentre el campo eléctrico en el centro del anillo.

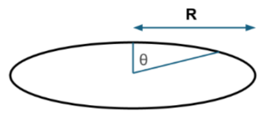

Figura 3

Resumen

Ley de Coulomb y Campo Eléctrico

La ley de Coulomb establece que la fuerza que siente una carga de prueba Q debido a otra partícula de carga q es

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}$$

Donde $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\, \mathrm{C}^2/\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2$ es la permitividad del vacío, $\vec{r}$ es la posición de la carga Q y $\vec{r}'$ es la posición de la carga q.
A partir de esto, se define el campo eléctrico de una carga q como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3}$$

Y entonces, de forma general para una distribución discreta de N cargas puntuales q_i, se tiene que:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\vec{r} - \vec{r}_i')}{||\vec{r} - \vec{r}_i'||^3}$$

En el caso de distribuciones continuas de carga, consideramos la carga total como suma de cargas infinitesimales dq que generan su $d\vec{E}$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_\tau d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_\tau \frac{dq(\vec{r} - \vec{r}_i')}{||\vec{r} - \vec{r}_i'||^3}$$

El campo $d\vec{E}$ será proporcional a la densidad de carga, sea lineal, superficial o volumétrica:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}, \quad \sigma = \frac{dq}{dA}, \quad \rho = \frac{dq}{dV}$$

Directamente podemos expresar dq en términos de las densidades:

$$dq = \lambda(\vec{r'})\, dl, \quad dq = \sigma(\vec{r'})\, dA, \quad dq = \rho(\vec{r'})\, dV$$

Para obtener la carga total, integramos dq en el espacio:

$$Q = \int_\tau dq$$