

## Auxiliar#5 : Dinámica II

Profesora: Claudia Scóccola  
 Auxiliar: José Mondaca, Claudio Muenia  
 Ayudante: Matías Zuñiga

### P1 Partícula En una Esfera

Una partícula de masa  $m$  está ubicada sobre la superficie de una esfera de radio  $R$ , en presencia de gravedad. En el instante inicial, se lanza la partícula con una velocidad horizontal  $\vec{v}_0 = v_0 \hat{\phi}$ , tangente a la superficie, y con un ángulo  $\theta(t=0) = \pi/3$ .

- Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula en función de  $\theta$ .
- Determine el valor del ángulo  $\theta^*$  en que la partícula se despegue de la superficie.

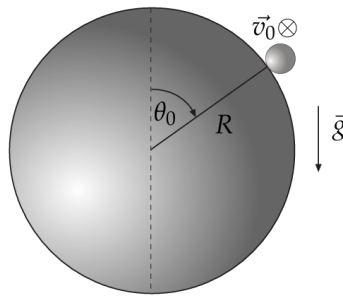


Figura 1: Problema 1

#### Ayuda

**Coordenadas Esféricas** Los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas esféricas vienen dados por:

$$\vec{r} = r \hat{r}$$

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \sin \theta \dot{\phi} \hat{\phi} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2) \hat{\theta} + (2r \sin \theta \dot{\phi} + 2r\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta + r \sin \theta \ddot{\phi}) \hat{\phi}.$$

La última expresión puede ser escrita como

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2) \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{d}{dt} (r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}) \hat{\phi}$$

## P2 Velocidad terminal

Considere una partícula de masa  $m$  que se deja caer hacia la Tierra. El aire opone resistencia que se describe por una fuerza viscosa  $F = -bv$ . Donde  $b$  es una constante conocida.

- a) Obtenga la velocidad y la posición en función del tiempo. Encuentre la velocidad terminal.
- b) Considere ahora el límite en que  $b/m \ll 1$ . Interprete las ecuaciones obtenidas en a) para este límite.

## P3 Velocidad terminal 2

Una masa  $m$  es dejada en caída libre desde el reposo. La resistencia que opone el aire a su movimiento es proporcional al cuadrado de su velocidad ( $F_{roce} = \beta v^2$ ). Obtenga:

- a) La ecuación de movimiento que rige a la masa.
- b) La velocidad de la masa en función del tiempo.
- c) ¿Qué ocurre con la velocidad cuando  $t \rightarrow \infty$ ? ¿Qué significa este resultado?
- d) La posición de la masa en función del tiempo.