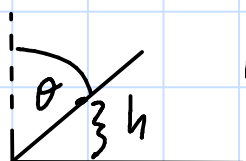


a) Dado que rota en torno a un punto fijo, la fuerza de roce no hace trabajo, entonces usamos conservación de la energía.

$$\text{En } t_0: \theta_0 = 0, K_0 = 0 \Rightarrow E_0 = U_0 = \frac{MgL}{2}$$

ya que $h = L/2$ en $U = mgh$

Para un t arbitrario: $\theta_t = \theta$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \diagup \\ \theta \\ \diagdown \end{array} \quad h = \frac{L}{2} \cos(\theta)$$


$$\text{Entonces } K_t = \frac{1}{2} I_P \dot{\theta}^2 \wedge E = \frac{1}{2} I_P \dot{\theta}^2 + \frac{MgL \cos(\theta)}{2}$$

Utilizamos Steiner, donde $I_{cm} = \frac{ML^2}{12}$
para una barra.

Luego, el punto P se encuentra a $\frac{L}{2}$
del centro de masa.

$$I_P = I_{cm} + MR^2 \quad (R = L/2)$$

$$I_P = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{ML^2}{12} = \frac{ML^2}{3}$$

Entonces $E_o = E_f$ por conservación

$$\Rightarrow \frac{MgL}{2} = \frac{ML^2\dot{\theta}^2}{6} + \frac{MgL \cos(\theta)}{2}$$

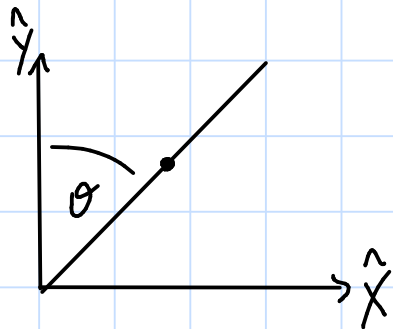
Despejando $g = \frac{1}{3} L \dot{\theta}^2 + g \cos(\theta)$

$$\Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}(1 - \cos(\theta))}, \quad \ddot{\theta} = \frac{3g}{2L} \sin(\theta)$$

b) Usamos segunda ley de Newton

En x: $M\ddot{x} = F_r$

En y: $M\ddot{y} = N - Mg$



$$x = \frac{L}{2} \sin(\theta)$$

$$y = \frac{L}{2} \cos(\theta)$$

Derivando $\dot{x} = \frac{L}{2} \cos(\theta) \dot{\theta}$, $\ddot{x} = -\frac{L}{2} \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + \frac{L}{2} \cos(\theta) \ddot{\theta}$
 $\dot{y} = -\frac{L}{2} \sin(\theta) \dot{\theta}$, $\ddot{y} = -\frac{L}{2} \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - \frac{L}{2} \sin(\theta) \ddot{\theta}$

Reemplazando

$$F_r = -\frac{3}{2} Mg \sin(\theta)(1 - \cos(\theta)) + \frac{3}{4} Mg \sin(\theta) \cos(\theta)$$

$$N = Mg - \frac{3}{2} Mg \cos(\theta)(1 - \cos(\theta)) - \frac{3}{4} Mg \sin^2(\theta)$$

Evaluando en $\theta = \pi/4$, $\cos(\theta) = \sin(\theta) = \sqrt{2}/2$

$$F_r = Mg \left(\frac{9 - 6\sqrt{2}}{8} \right)$$

$$N = Mg \left(\frac{17 - 6\sqrt{2}}{8} \right)$$

Hay deslizamiento si $F_r = \mu N$

$$\mu = \frac{9 - 6\sqrt{2}}{17 - 6\sqrt{2}} \approx \frac{0.5}{8} \approx 0.06$$