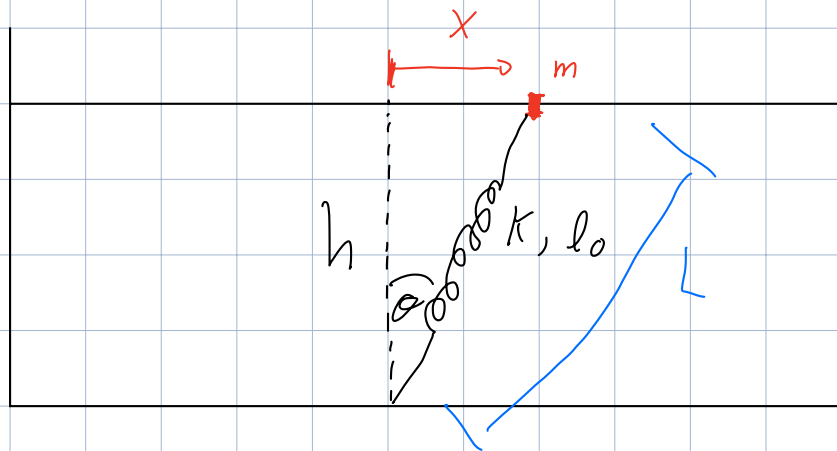


Resumen

Si $\vec{F}$ es conservativa se puede escribir en función de un potencial de esta forma en 1 dimensión

$$\vec{F} = - \frac{dU}{dx} \vec{x}$$

a)



El potencial de un resorte en función de su elongación es:

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

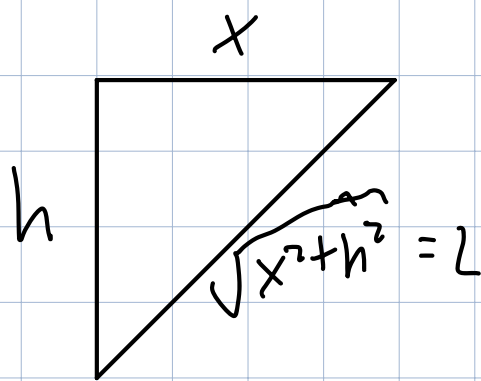
donde K : constante elástica del resorte

Δx^2 : elongación con respecto al largo natural

Vamos a calcular Δx . Como queremos ver la elongación con respecto a el largo natural necesitamos L . (L se ve en el dibujo).

$$\Delta x = L - l_0$$

Usamos pitagoras para calcular L

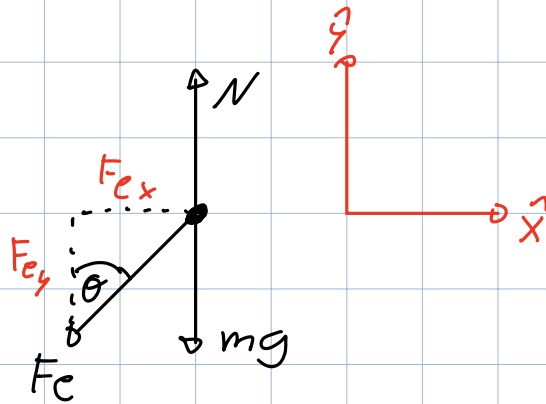


$$L = \sqrt{x^2 + h^2}$$

Con esto tenemos que

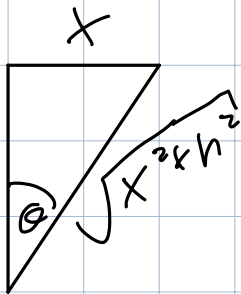
$$U(x) = \frac{1}{2} k (\sqrt{x^2 + h^2} - l_0)^2$$

b) Haciendo un DCL sobre la masa



Solo hay movimiento a lo largo del eje x , z como no hay roce, la normal no me va a importar ($F_{roz} = \mu N$), nos quedamos solo con lo que para en x .

$$\|\vec{F}_{cx}\| = k (\sqrt{x^2 + h^2} - l_0) \text{ Sen } \theta$$



$$\text{Sen } \theta = \frac{\text{LADO OPUESTO } \theta}{\text{HIPOTENUSA}}$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$\Rightarrow F_{cx} = k (\sqrt{x^2 + h^2} - l_0) \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

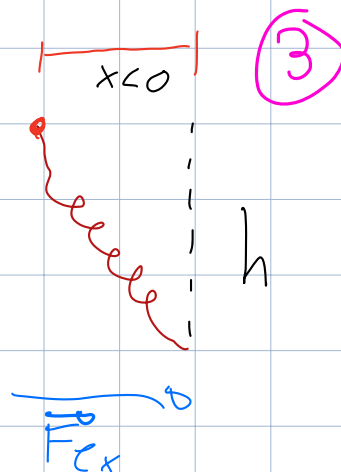
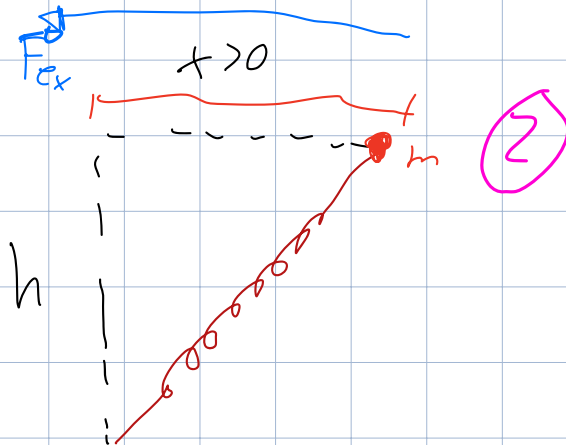
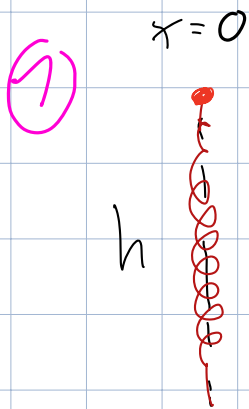
Reordenando

$$F_{cx} = kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right)$$

Plantando Newton

$$m\ddot{x} = -kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right)$$

*



Como $h > l_0$ tenemos que el resorte quiere contraerse ya que si miramos ① $L = \sqrt{0^2 + h^2} = h > l_0$ y para el caso ② y ③ $L = \sqrt{x^2 + h^2} > h > l_0$ por lo que se quiere contraer también.

Para que quede más claro nos ponemos en el caso ② $x > 0$

$$-Kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) > 0 \text{ ya que}$$
$$\frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} < 1$$

La única forma que se contraiga es que F_{ex} apunte hacia la izquierda. El caso ③ es análogo

$$\therefore \vec{F}_{ex} = -Kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) \vec{x}$$

c) Queremos comprobar que $\vec{F}_{ex} = -\frac{dU}{dx} \vec{x}$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} K \cancel{x} (\sqrt{x^2 + h^2} - l_0) \cdot \frac{1}{\cancel{x} \sqrt{x^2 + h^2}} \cdot \cancel{x}$$
$$= K (\sqrt{x^2 + h^2} - l_0) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dU}{dx} = Kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right)$$

$$\Rightarrow - \frac{dU}{dx} = - kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right)$$

$\vec{F}_{ex}$ si no damos cuenta es lo mismo que

$$\therefore \vec{F}_{ex} = - \frac{dU}{dx}$$