

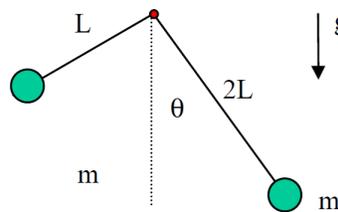
# Auxiliar 21

## Torque y momento angular III

**Profesor: Gonzalo Palma**

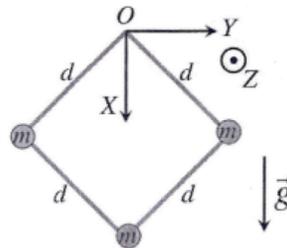
Auxiliares: Jou-Jin Ho Ku, Javier Huenupi, Danilo Tapia

**P1.-** Considere un sistema de dos partículas de masa  $m$  cada una, unidas entre si por una barra rígida de masa despreciable y que se encuentra doblada en ángulo recto formando dos lados de largo  $L$  y  $2L$ . El sistema se puede girar libremente alrededor de un eje horizontal, en la forma indicada en la figura. Determine:



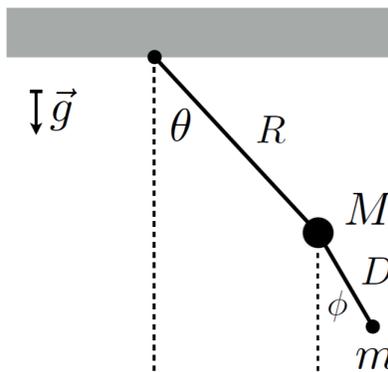
- el ángulo  $\theta$  para el cual el sistema se encuentra en equilibrio estable
- la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable

**P2.-** La estructura rígida de la figura está compuesta por cuatro barras ideales de largo  $d$ , formando un cuadrado. El vértice superior está fijo en el punto  $O$  y los otros tres vértices están unidos a partículas de igual masa  $m$ . La estructura se encuentra en presencia de gravedad y puede rotar en torno a los tres ejes de la figura. En torno a  $z$ , en el plano del papel. En torno a  $y$ , entrando y saliendo del plano del papel. En torno a  $x$ , girando en un movimiento de torsión en torno al eje de simetría de la estructura. Se pide:



- (a) La matriz de inercia de la estructura con respecto a  $O$ , para el sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  de la figura. ¿Son los ejes de  $(x, y, z)$  los ejes principales del sistema?
- (b) El momento angular de la estructura con respecto a  $O$  cuando la velocidad angular  $\omega$ , de la estructura, toma los siguientes valores:  $\vec{\omega} = \omega_x \hat{x}$ ,  $\vec{\omega} = \omega_y \hat{y}$  y  $\vec{\omega} = \omega_z \hat{z}$

**P3.-** Adriana, de tres años, quiere balancearse en un columpio de largo  $R$ . El cuerpo de Adriana es de masa  $M$  y sus pies tienen masa  $m$ . Para balancearse, Adriana decide mover sus pies de tal forma que estos describan un movimiento angular  $\phi(t)$  con respecto al eje vertical, dado por  $\phi(t) = \phi_0 \cos(\Omega t)$ , donde  $\phi_0 \ll 0$ . La distancia entre sus pies y el eje de rotación (su cuerpo) es  $D$ .



- (a) Determine la energía cinética total del sistema
- (b) Determine el potencial  $U$  del sistema.
- (c) Encuentre la ecuación de movimiento para  $\theta$ .
- (d) Reduzca la ecuación de movimiento encontrada en la parte anterior para el caso de pequeñas oscilaciones. Con qué frecuencia  $\Omega_0$  debe Adriana mover sus piernas para que la amplitud del movimiento del columpio aumente en el tiempo? (resonancia)