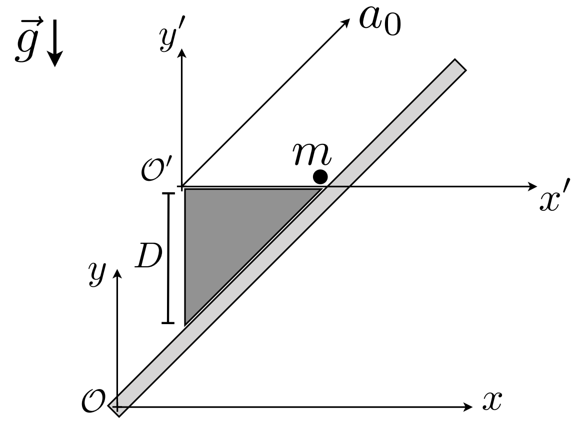
Mecánica FI2001-4
Ejercicio 7: Jueves 5 de junio, 2025

Prof. Gonzalo A. Palma
Auxiliares: Jou-Jin Ho Ku, Javier Huenupi y Danilo Tapia

Una cuña de lado D y ángulo $\alpha = \pi/4$ es forzada a moverse a partir del reposo, con una aceleración constante a_0 a lo largo de una rampa inclinada en un ángulo $\pi/4$ con respecto a la horizontal. Como resultado del movimiento de la rampa una partícula de masa m que se encuentra en reposo en el extremo derecho de la superficie horizontal se pone en movimiento relativo respecto de la rampa.



(a) Escriba la segunda ley de Newton para describir el movimiento de m en el sistema S' no inercial.

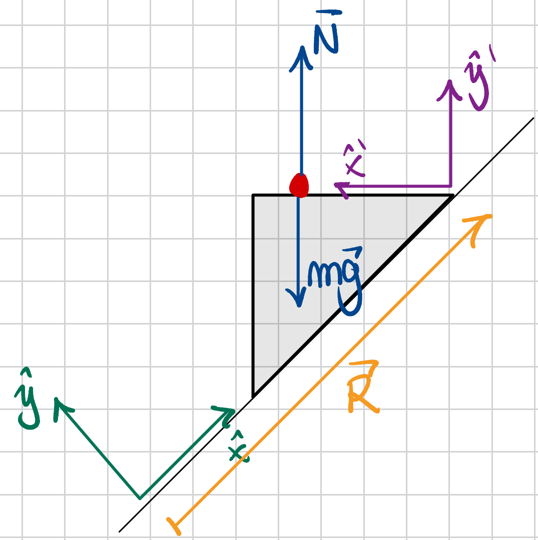
(b) Determine el valor de la normal que ejerce la superficie horizontal de la cuña sobre m.

(c) Determine cuánto demora la masa en ir desede un extremo de la cuña al otro..

Recuerde que $m\vec{a}' = \vec{F}_{\text{tot}} - m\ddot{\vec{R}} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}\,') - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}\,' - m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}\,'$

Ejercicio 7

P1

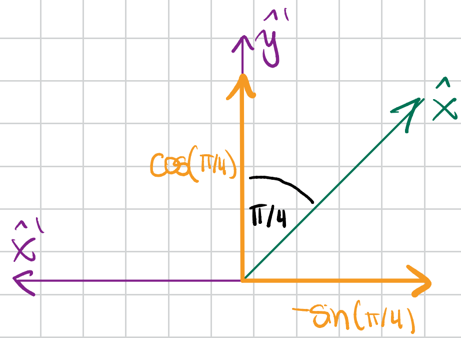


a) Como los ejes de $\{\hat{x}', \hat{y}'\}$ no están rotando c/r a los $\{\hat{x}, \hat{y}\}$, entonces

$$\vec{\Omega} = \vec{0} \quad \forall t$$

Ahora, sabemos que $\ddot{\vec{R}} = a_0 \hat{x}$ y que

$$\hat{x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x}' + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y}' \quad \text{(ver Figura)}$$



entonces $$\ddot{\vec{R}} = a_0 \frac{\sqrt{2}}{2}(-\hat{x}' + \hat{y}')$$

Mientras que las fuerzas son:

- Normal: $\vec{N} = N\hat{y}'$
- Peso: $m\vec{g} = -mg\hat{y}'$

así que ocupando la fórmula, donde $\vec{a}' = \ddot{x}'\hat{x}' + \cancel{\ddot{y}'}\hat{y}' = \ddot{x}'\hat{x}'$

$$\Rightarrow m\ddot{x}'\hat{x}' = N\hat{y}' - mg\hat{y}' - ma_0\frac{\sqrt{2}}{2}(-\hat{x}' + \hat{y}')$$

donde las EoMs escalares serían

$$\hat{x}')\quad m\ddot{x}' = ma_0\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\hat{y}')\quad 0 = N - mg - ma_0\frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) De $\hat{y}'$) es fácil notar que

$$N = mg + ma_0\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{(constante } \forall t\text{)}$$

c) La EoM de x' es simplemente

$$\ddot{x}' = a_0\frac{\sqrt{2}}{2}$$

y queremos saber el tiempo t^* cuando $x' = D$ (llega al borde de la cuña), entonces queremos una función de la forma $x' = x'(t)$. Para esto integramos la EoM de x' dos veces

$$\Rightarrow \int_0^{\dot{x}'} d\dot{x}' = a_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^t dt$$

$$\Leftrightarrow \dot{x}' = a_0 \frac{\sqrt{2}}{2} t \quad / \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \int_0^{x'} dx' = a_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^t t\,dt$$

$$\Leftrightarrow x'(t) = a_0 \frac{\sqrt{2}}{4} t^2$$

donde usamos las C.I. $x'(0) = \dot{x}'(0) = 0$ (parte en el extremo derecho y sin velocidad relativa a la cuña). Entonces evaluando $x'(t^*) = D$ y despejando t^*

$$\Rightarrow t^* = +\sqrt{\frac{4}{\sqrt{2}} \frac{D}{a_0}}$$