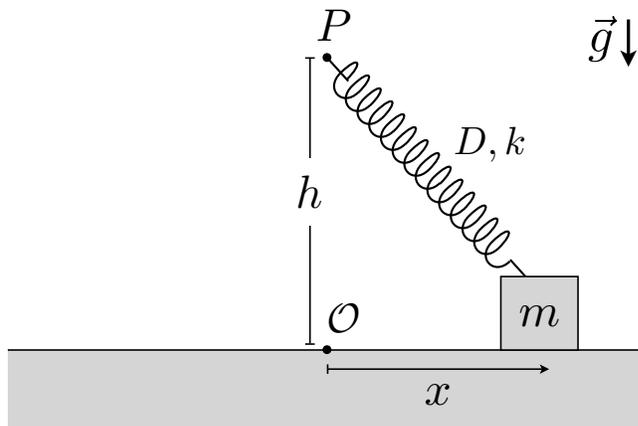


**Mecánica FI2001-4**  
**Ejercicio 5: Jueves 8 de mayo, 2025**

**Prof. Gonzalo A. Palma**  
**Auxiliares: Jou-Jin Ho Ku, Javier Huenupi y Danilo Tapia**

Considere un bloque de masa  $m$  que puede deslizar sobre el suelo sin roce. El bloque permanece unido mediante un resorte de largo natural  $D$  y constante elástica  $k$  a un punto fijo  $P$ , ubicado sobre el origen  $\mathcal{O}$  a una altura  $h < D$ .



- (a) Identifique todas las configuraciones de equilibrio indicando si estas son estables o inestables.
- (b) Para una de las posiciones de equilibrio estable, determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones.

# Ejercicio 5

P1

Por pitágoras, la energía potencial sería

$$U(x) = \frac{1}{2} k (r - D)^2 + 0 \quad \leftarrow \text{gravitatoria}$$
$$= \frac{1}{2} k (\sqrt{x^2 + h^2} - D)^2$$

y calculamos los pts. de equilibrio

$$\left. \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right|_e = k (\sqrt{x_e^2 + h^2} - D) \frac{x_e}{\sqrt{x_e^2 + h^2}} \stackrel{!}{=} 0$$

entonces  $x_{e,1} = 0$ ,  $x_{e,2} = +\sqrt{D^2 - h^2}$ ,  $x_{e,3} = -\sqrt{D^2 - h^2}$

Analizamos su estabilidad

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} = k \frac{\partial}{\partial x} \left( x - \frac{x D}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) = k \left( 1 - \frac{D}{\sqrt{x^2 + h^2}} + \frac{x^2 D}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \right)$$

entonces

$$\triangleright \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x_{e,1}} = k \left( 1 - \frac{D}{h} \right) < 0 \Rightarrow \text{inestable}$$

$$\triangleright \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x_{e,2}} = \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x_{e,3}} = k \left( 1 - \frac{D}{D} + \frac{(D^2 - h^2) D}{D^3} \right) = k \left( 1 - \frac{h^2}{D^2} \right) > 0 \Rightarrow \text{estables}$$

Para  $x_{e,2}$  y  $x_{e,3}$  la frecuencia es

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''(x_e)}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m} \left( 1 - \frac{h^2}{D^2} \right)}$$

