

Auxiliar 1

Cinemática y sistemas de coordenadas

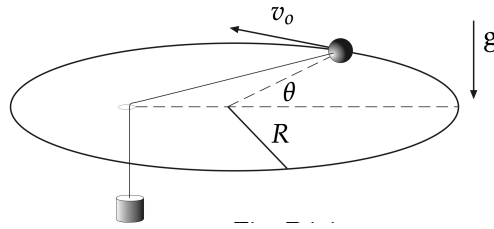
Profesor: Gonzalo Palma

Auxiliares: Jou-Jin Ho Ku, Javier Huenupi, Danilo Tapia

P1.- Coordenadas cartesianas

Una partícula se mueve con rapidez v_0 constante, sobre un riel circular de radio R colocado en posición horizontal sobre una superficie también horizontal. La partícula se encuentra atada mediante una cuerda inextensible a un bloque que cuelga debajo de un agujero localizado a una distancia $R/2$ del centro del riel. Suponga que v_0 es suficientemente pequeño para que la cuerda no se destense.

- Determina la rapidez del bloque en función del ángulo θ
- Obtenga la rapidez máxima del bloque
- Determine la aceleración $\vec{a}$ del bloque cuando la partícula que se mueve sobre el riel pasa por la posición $\theta = 0$



P2.- Coordenadas cilíndricas

Se observa una partícula en movimiento cuya trayectoria está dada por las siguientes funciones:

$$\rho = Ae^{k\theta}, \quad z = h\rho$$

donde ρ , θ y z son las respectivas coordenadas cilíndricas (con A , k , h positivos). Suponiendo que su rapidez es constante (v_0) y conocida:

- Calcule la velocidad $\vec{v}$ de la partícula en función de θ , A , k , h y v_0
- Encuentre su aceleración $\vec{a}$ en función de los mismos parámetros
- Pruebe que $\vec{a} \perp \vec{v}$
- Encuentre una expresión para $\theta(t)$

Formulario

Coordenadas cartesianas

La posición, velocidad y aceleración en **coordenadas cartesianas** están dados por:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k}$$

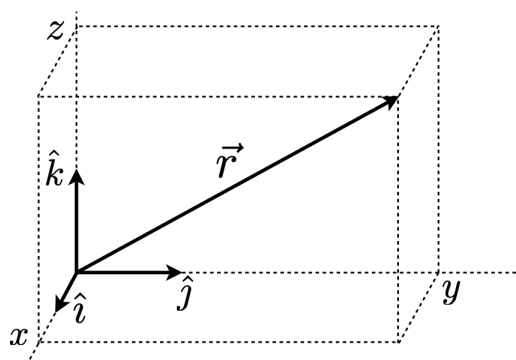
Coordenadas cilíndricas

La posición, velocidad y aceleración en **coordenadas cilíndricas** están dados por:

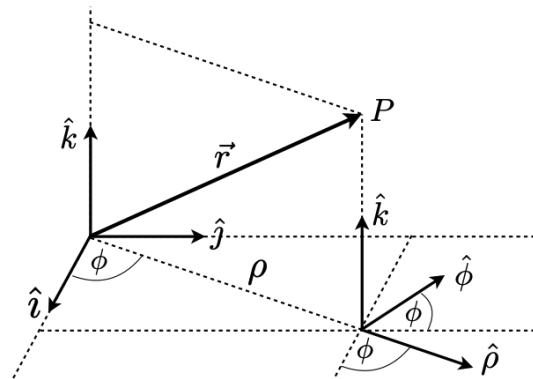
$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}\hat{\phi} + \dot{z}\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{k} \\ &= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{k}\end{aligned}$$



(a) Coord. cartesianas



(b) Coord. cilíndricas