

Auxiliar Extra: Prep. C2

Fecha: 14/05/2025

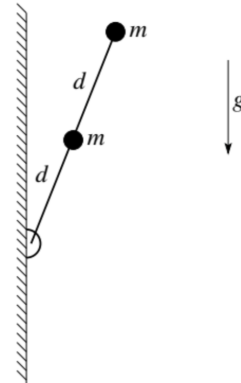
Profesor: Andrés Escala

Auxiliares: Gerald Barnert, Anish Samtani, Astor Sandoval, Sebastián Valdebenito

P1. Torque y Momentum Angular [P3 C1-2004-1]

Dos partículas de masa m están unidas a una barra inextensible sin masa de largo $2d$, tal como indica la figura. La barra puede rotar libremente respecto a una rótula fija a la pared. Inicialmente, el sistema es soltado desde la posición vertical, con las masas arriba de la rótula.

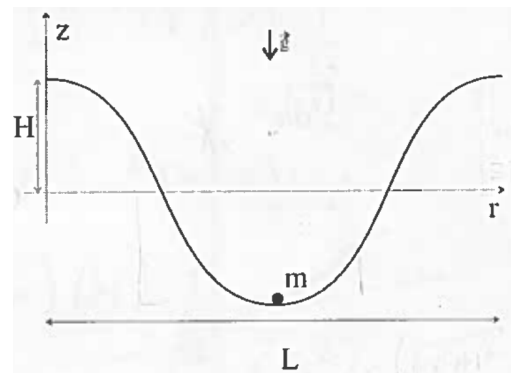
- Encuentre la velocidad angular del sistema en función del ángulo que forma con la vertical.
- Calcule la fuerza que ejerce la rótula sobre la barra cuando está pasando por la posición horizontal.



P2. Conservación de Energía [P1 C2-2017-2]

Una partícula puntual de masa m se encuentra sobre una superficie axi-simétrica cuya forma es descrita en coordenadas cilíndricas mediante la relación $z = H \cos \frac{2\pi}{L} r$, donde H y L son constantes conocidas (ver figura). Si la partícula se encuentra inicialmente en el punto más bajo de la superficie, se pide:

- ¿Qué rapidez inicial horizontal radial se le debe dar a la partícula para que alcance a llegar al borde más alto de la superficie?
- ¿Qué rapidez inicial horizontal azimutal se le debe dar a la partícula para que alcance a llegar al borde más alto de la superficie?



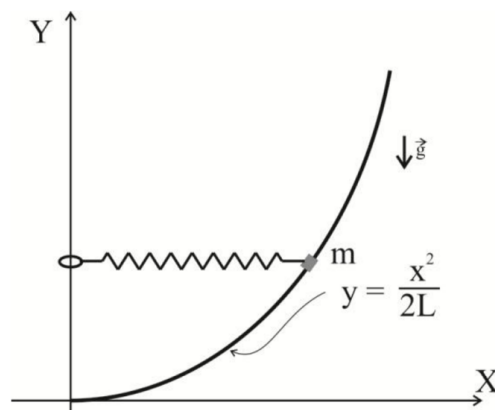
P3. Fuerzas Conservativas [P1 C2-2017-1]

Un anillo de masa m puede deslizar inserto en un alambre con una forma curva $y = \frac{x^2}{2L}$, donde y es la coordenada vertical, x es la coordenada horizontal, y L es una constante conocida. El anillo está ligado al eje vertical mediante un resorte ideal de constante elástica k y largo natural L , cuyo otro extremo puede deslizar por el eje vertical de manera que el resorte siempre se mantiene horizontal (ver figura). Adicionalmente, se sabe que hay un campo de fuerza $\vec{F}(x, y) = Ay\hat{x} + Bx\hat{y}$, donde A y B son constantes positivas.

- Muestre que en general $\vec{F}$ es un campo no conservativo. Determine alguna condición sobre las constantes A y B , tal que sea conservativo. Para este caso determine la energía potencial asociada, $V_F(x, y)$.

En lo sucesivo considere el caso en que $\vec{F}(x, y)$ es no conservativo.

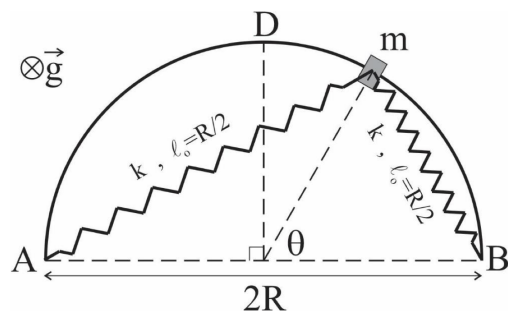
- Determine una expresión para el trabajo que ejerce $\vec{F}$ sobre el anillo, cuando éste desliza por el alambre desde una posición inicial x_i a una posición final x_f .
- Determine la energía potencial total $V(x)$ del anillo.
- Si en $t=0$ el anillo está a una distancia L del eje vertical y desciende por el alambre con rapidez v_o , determine la posición x_f en que el anillo se detiene.



P4. Pequeñas oscilaciones y Energía [P2 C2-2021-1]

Una argolla de masa m se encuentra inserta en un aro horizontal semi-circunferencial de radio R . La argolla está unida a los extremos A y B del aro mediante resortes de constante elástica k y largo natural $R/2$ como muestra la figura. Ningún tipo de roce afecta el movimiento de la argolla.

- Determine el/los punto(s) de equilibrio de la argolla.
- Determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a equilibrio(s) estable(s).
- Determine la rapidez v_o que debe tener la argolla en el punto medio D tal que alcance a llegar a B con rapidez $v_o/2$ (suponga que esto es posible, aunque el largo de uno de los resortes tendría que reducirse a cero).



P5. ALL [P1 C2-2014-1]

Una barra sin masa y largo L puede girar en torno a su extremo izquierdo (ver figura). Dos partículas de masa m se fijan en el centro y el extremo derecho de la barra, respectivamente. Además desde el extremo derecho de la barra, se sujeta un resorte de largo natural l_o y constante k , el cual está fijo en el suelo. Suponiendo que el resorte está siempre vertical ($\theta \ll 1$).

- Encuentre el largo d del resorte en el punto de equilibrio, correspondiente a la posición horizontal de la barra.
- Si $d = l_o/2$, exprese la energía total del sistema en términos de θ y $\dot{\theta}$.
- Usando que $\dot{E} = 0$, encuentre la frecuencia de oscilación del sistema.

