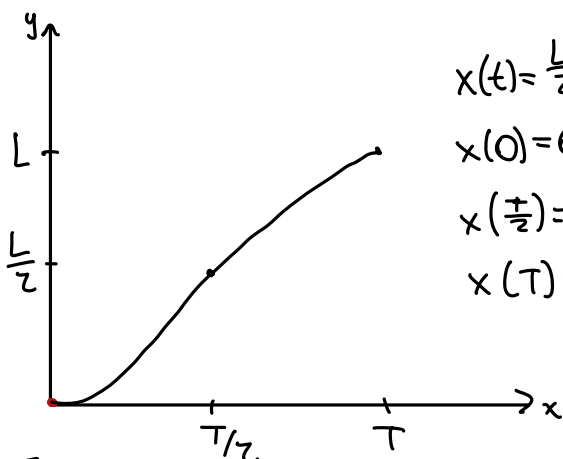


Para explorar 2 formas:

- Se hara la a) con dinámica y la b) con cons. de energía.

P1

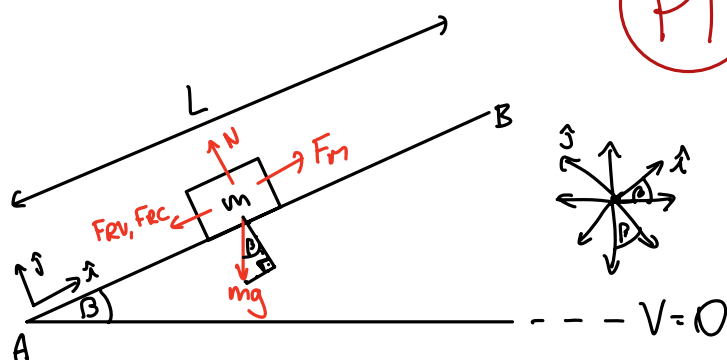


$$x(t) = \frac{L}{2} (1 - \cos(\frac{\pi}{T}t))$$

$$x(0) = 0$$

$$x(\frac{T}{2}) = \frac{L}{2}$$

$$x(T) = L$$



Fuerzas:

$\vec{F}_m$: Fuerza ejercida por el motor (en dirección del motor)

$$\vec{F}_m = F_m \hat{x} \quad \vec{F}_{Rc} = -\mu N \hat{x} \quad \vec{F}_{Rv} = -c \|\vec{v}\| \hat{x} \quad \vec{N} = N \hat{y} \quad \vec{mg} = -mg(\sin\beta \hat{x} + \cos\beta \hat{y})$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} ; \dot{x}(t) = \frac{L}{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{T}t) \cdot \frac{\pi}{T} = \frac{\pi L}{2T} \sin(\frac{\pi}{T}t)$$

$$\Rightarrow \|\vec{v}\| = \dot{x} = \frac{\pi L}{2T} \sin(\frac{\pi}{T}t) \Rightarrow \vec{F}_{Rv} = -c \dot{x} \hat{x}$$

Para encontrar $W_{\vec{F}_m}$ necesitamos saber $\vec{F}_m$:

2da Ley de Newton:

$$\hat{x}) m \ddot{x} = F_m - \mu N - c \dot{x} - mg \sin\beta \quad (1)$$

$$\hat{y}) m \ddot{y} = N - mg \cos\beta \quad (2) \quad (\text{No hay mov. en } \hat{y})$$

$$(2): N = mg \cos\beta$$

$$\text{Además: } \ddot{x} = \frac{\pi^2 L}{2T^2} \cos(\frac{\pi}{T}t)$$

$$\text{En conjunto: } F_m = m \ddot{x} + \mu N + c \dot{x} + mg \sin\beta$$

$$\Rightarrow F_m = m \ddot{x} + c \dot{x} + mg(\mu \cos\beta + \sin\beta)$$

$$a) W_{\vec{F}_m} = \int \vec{F}_m \cdot d\vec{r}$$

$$= \int (m \ddot{x} + c \dot{x} + mg(\mu \cos\beta + \sin\beta)) \hat{x} \cdot (dx \hat{x} + dy \hat{y})$$

$$= \int_0^L (m \ddot{x} + c \dot{x} + mg(\mu \cos\beta + \sin\beta)) dx$$

$$= \underbrace{\int_0^L m \ddot{x} dx}_{(3)} + \underbrace{\int_0^L c \dot{x} dx}_{(4)} + mg(\mu \cos \beta + \sin \beta) \underbrace{\int_0^L dx}_{=L}$$

Notamos que las 1ras 2 integrales tiene dominio de integración x pues se tiene dx , mientras que $\dot{x}$ y $\ddot{x}$ son dependientes de tiempo, por ende se pasa el dominio de integración de x (espacio) a t (tiempo): $dx \rightarrow \frac{dx}{dt} dt = \dot{x} dt$

OSO: También cambian los límites: $x=0 \rightarrow t=0$; $x=L \rightarrow t=T$

$$(3) = \int_0^T m \ddot{x} \dot{x} dt = \int_0^T m \left(\frac{\pi L}{2T} \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right) \left(\frac{\pi^2 L}{2T^2} \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right) dt$$

$$= m \frac{\pi^3 L}{2T^3} \int_0^T \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right) \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) dt = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{ortogonalidad, función par y} \\ \text{impar en un periodo} \end{array} \right)$$

$$(4) = \int_0^T c \dot{x}^2 dt = \int_0^T \frac{c \pi^2 L^2}{4T^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{T}t\right) dt$$

$$= \frac{c \pi^2 L^2}{4T^2} \int_0^T \sin^2\left(\frac{\pi}{T}t\right) dt = \frac{c \pi^2 L^2}{4T^2} \int_0^T \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)}{2} dt$$

$$= \frac{c \pi^2 L^2}{8T^2} \int_0^T 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt = \frac{c \pi^2 L^2}{8T^2} \left[t - \frac{T}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right] \Big|_0^T$$

$$= \frac{c \pi^2 L^2}{8T^2} \neq \frac{c \pi^2 L^2}{8T}$$

$$\infty W_{Fn} = \frac{c \pi^2 L^2}{8T} + mgL(\mu \cos \beta + \sin \beta)$$

b) La energía al comienzo del descenso será equivalente al final de este menos lo perdido por FNC:

$$E_{MTA} - W_{FNC} = E_{MTB}$$

Calculemos las energías:

$$E \cap T_B = K_B + V_{B,mg} = \frac{1}{2} m v(x=L)^2 + mgL \sin \beta = mgL \sin \beta$$

$$E \cap T_A = \cancel{V_A} + V_{A,mg} = 0$$

$$\Rightarrow W_{FNC} = -mgL \sin \beta$$

Donde: $W_{FNC} = W_{\vec{F}_{kv}} + W_{\vec{F}_{ec}} + W_{\vec{F}_n}$ *Notar que parte en $x=L \rightarrow x=0$*

$$\begin{aligned} W_{\vec{F}_{kv}} &= \int \vec{F}_{kv} \cdot d\vec{r} = \int (-c \dot{x} \hat{x}) \cdot (dx \hat{x}) = - \int_L^0 c \dot{x} dx = - \int_T^{2T} c \dot{x}^2 dt \\ &= -c \int_T^{2T} \frac{\pi^2 L^2}{4T^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{T} t\right) dt = -\frac{c\pi^2 L^2}{4T^2} \int_T^{2T} \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)}{2} dt \\ &= -\frac{c\pi^2 L^2}{8T^2} \left[t - \frac{T}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \right]_T^{2T} = -\frac{c\pi^2 L^2}{8T} \end{aligned}$$

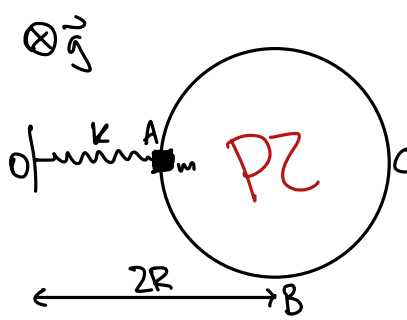
$$W_{\vec{F}_{ec}} = \int \vec{F}_{ec} \cdot d\vec{r} = \int (\underbrace{+\mu mg \cos \beta \hat{x}}_{\text{Roz va en } \hat{x} \text{ pues el mov. es en } -\hat{x}}) \cdot dx \hat{x} = \int_L^0 \underbrace{+\mu mg \cos \beta}_{\text{cte.}} dx = -\mu mgL \cos \beta$$

$$\Rightarrow -\frac{c\pi^2 L^2}{8T} - \mu mgL \cos \beta + W_{\vec{F}_n} = -mgL \sin \beta$$

$$\Rightarrow W_{\vec{F}_n} = -mgL \sin \beta + \mu mgL \cos \beta + \frac{c\pi^2 L^2}{8T}$$

En el descenso el trabajo del motor permite compensar la disipación por los rozos. Si es que la energía inicial (solo parte con potencial) es suf. para compensar la pérdida por rozos no será necesario un motor que aporte la energía faltante para llegar al origen.

$\otimes \vec{g}$



$\vec{F} = -K\vec{r}$ (Notar que la gravedad no está en el plano)

a) Rapidez mínima de $A \rightarrow C$:

Como solo hay fza del resorte (fza. conservativa) se conserva la energía. ($\vec{N} \perp d\vec{r} \Rightarrow W_N = 0$)

$$E_{MTA} = E_{MTC}$$

En A: $E_{MTA} = \cancel{V_{mg}} + K_A + V_F = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} K R^2$ En A el resorte está extendido en R

donde v_0 sea la velocidad inicial.

En C: $E_{MTB} = \cancel{V_{mg,B}} + K_B + V_F = \frac{1}{2} K (3R)^2 = \frac{9}{2} K R^2$ En B el resorte se extiende 2R

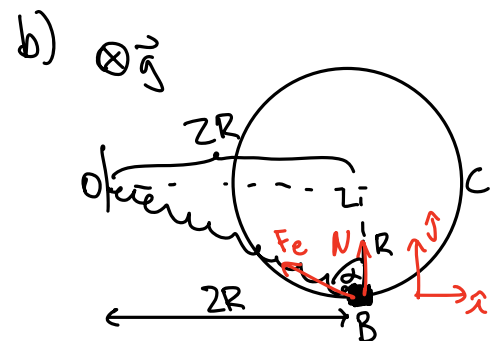
OSO: Como queremos la v_{min} imponemos que v_{min} es tq la masa llegue justo a C, sin velocidad ($\Rightarrow$ energía) de "sobra"

$$\Rightarrow K_B = 0$$

Conservación de energía: $\frac{1}{2} m v_{min}^2 + \frac{1}{2} K R^2 = \frac{9}{2} K R^2$

$$\Rightarrow v_{min}^2 = \frac{8 K R^2}{m}$$

b) $\otimes \vec{g}$



a) La extensión del resorte es:

$$\Delta = \sqrt{R^2 + 4R^2} = \sqrt{5} R$$

$$\vec{N} = N \hat{j} \quad \vec{F}_e = F_e (-\sin \alpha \hat{i} + \cos \alpha \hat{j})$$

donde $F_e = K \Delta = \sqrt{5} K R$ y $\sin \alpha = \frac{2R}{\sqrt{5} R} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{5} R} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

2da Ley de Newton:

$$\uparrow) m \ddot{y} = N + F_e \cos \alpha ; \text{ falta encontrar } \ddot{y}$$

Notamos que en B: $\ddot{y}(B) = a_{centrípeta}$

y por coordenadas intrínsecas: $\vec{a} = a_t \hat{t} + a_c \hat{n} = \dot{v} \hat{t} + \frac{v^2}{\rho_c} \hat{n}$

donde $a_c = \frac{v^2}{\rho_c}$ y $\rho_c = R$ pues el radio de curvatura de un círculo

es su radio $\Rightarrow \ddot{y}(B) = a_c(B) = \frac{v_B^2}{R}$ (caso particular donde $\hat{n} = \hat{j}$ en B)

$$\Rightarrow N = \frac{mv_B^2}{R} - F \cos \alpha$$

Por cons. de E: $E_{NTA} = E_{NTB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\min}^2 + \frac{1}{2}kR^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}k(3R^2)$

$$\Rightarrow v_{\min}^2 - \frac{4kR^2}{m} = v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = \frac{4kR^2}{m}$$

$$\Rightarrow N = \frac{m}{R} \cdot \frac{4kR^2}{m} - \sqrt{3}kR \frac{1}{\sqrt{3}} = 4kR - kR = 3kR$$