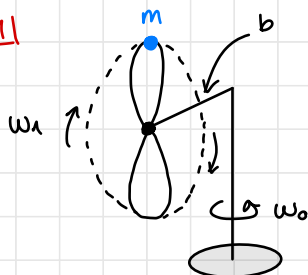


Pauta Aux 22

P11



Brazo largo b gira con vel. angular ω_0
Brazo corto a gira con vel. angular ω_1

Elijo mi SRNI en el eje del ventilador y usaré coord. polares para parametrizar el movimiento de la masa

a) Queremos encontrar la rapidez en $\theta = 0$ y en $\theta = \pi/2$

Como el origen de S' gira con vel. ang. ω_0 cte, sólo tiene la aceleración centrípeta que apunta hacia el centro de rotación

$$\Rightarrow \dot{\vec{R}} = b\omega_0 \hat{y}'$$

$$\vec{a}_0 = \ddot{\vec{R}} = -b\omega_0^2 \hat{x}'$$

Y mis ejes giran con velocidad angular $\omega_0 \hat{z} = \omega_0 \hat{z}'$

Wego $\vec{v} = \frac{d}{dt}(\vec{r}')$

$$= \frac{d}{dt}(\vec{R} + \vec{r}')$$

$$= \dot{\vec{R}} + \dot{x}^i \hat{x}_i' + x^i \dot{\hat{x}}_i'$$

$$= \dot{\vec{R}} + \vec{v}' + x^i \underbrace{\dot{\hat{x}}_i'}_{\vec{\omega}_0 \times \hat{x}_i'}$$

$$= \dot{\vec{R}} + \vec{v}' + \vec{\omega}_0 \times \vec{r}'$$

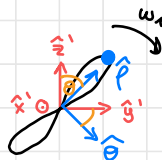
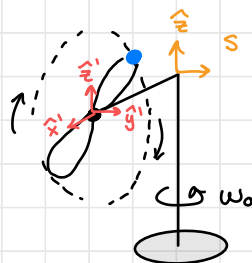
$$\vec{v}' = a\omega_1 \hat{\theta}$$

$$\vec{\omega}_0 \times \vec{r}' = \omega_0 \hat{z}' \times a \hat{p} = \omega_0 a (\cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta}) \times \hat{p}$$

$$= a\omega_0 \sin\theta \hat{x}'$$

así la velocidad queda

$$\vec{v} = b\omega_0 (\sin\theta \hat{p} + \cos\theta \hat{\theta}) + a\omega_1 \hat{\theta} + a\omega_0 \sin\theta \hat{x}'$$



$$\hat{y}' = \sin\theta \hat{p} + \cos\theta \hat{\theta}$$

$$\hat{z}' = \cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta}$$

Por cómo está el sist. de referencia, notar que $\hat{p} \times \hat{\theta} = -\hat{x}'$

$$|\vec{v}| = \sqrt{b^2 \omega_0^2 \sin^2 \theta + (b \omega_0 \cos \theta + a \omega_1)^2 + a^2 \omega_0^2 \sin^2 \theta}$$

en $\theta = 0$

$$|\vec{v}(\theta=0)| = \sqrt{(b \omega_0 + a \omega_1)^2} = b \omega_0 + a \omega_1$$

$$|\vec{v}(\theta=\pi/2)| = \sqrt{b^2 \omega_0^2 + a^2 \omega_1^2 + a^2 \omega_0^2}$$

b) La aceleración se puede calcular como

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}' - \frac{1}{m} (\vec{F}_{\text{zas ficticias}})$$

$\vec{F}_{\text{zas ficticias}}$:

$$\triangleright -m \vec{a}_0 = m b \omega_0^2 \hat{x}'$$

$$\begin{aligned} \triangleright 2m \vec{v}' \times \vec{\omega}_0 &= 2m (a \omega_1 \hat{\theta} \times \omega_0 (\cos \theta \hat{p} - \sin \theta \hat{\theta})) \\ &= 2ma \omega_0 \omega_1 \cos \theta \underbrace{\hat{\theta} \times \hat{p}}_{\hat{x}'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright m (\vec{\omega}_0 \times \vec{r}') \times \vec{\omega}_0 &= m (\omega_0 (\cos \theta \hat{p} - \sin \theta \hat{\theta}) \times a \hat{p}) \\ &\quad \times \omega_0 (\cos \theta \hat{p} - \sin \theta \hat{\theta}) \\ &= -ma \omega_0^2 \sin \theta (\hat{\theta} \times \hat{p}) \times (\cos \theta \hat{p} - \sin \theta \hat{\theta}) \\ &= -ma \omega_0^2 \sin \theta (\cos \theta \underbrace{\hat{x}' \times \hat{p}}_{-\hat{\theta}} + \sin \theta \underbrace{\hat{x}' \times \hat{\theta}}_{\hat{p}}) \end{aligned}$$

$$\ddot{\vec{r}}' = -a \omega_1^2 \hat{p}$$

$$\ddot{\vec{r}} = -a \omega_1^2 \hat{p} - b \omega_0^2 \hat{x}' - 2a \omega_0 \omega_1 \cos \theta \hat{x}' + a \omega_0^2 \sin \theta (\sin \theta \hat{p} - \cos \theta \hat{\theta})$$

$$\begin{aligned} \text{en } \ddot{\vec{r}}(\theta=0) &= -a \omega_1^2 \hat{p} - b \omega_0^2 \hat{x}' - 2a \omega_0 \omega_1 \hat{x}' \\ &= -a \omega_1^2 \hat{p} - (b \omega_0^2 + 2a \omega_0 \omega_1) \hat{x}' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}(\theta=\pi/2) &= -a \omega_1^2 \hat{p} - b \omega_0^2 \hat{x}' + a \omega_0^2 \hat{p} \\ &= a(\omega_0^2 - \omega_1^2) \hat{p} - b \omega_0^2 \hat{x}' \end{aligned}$$

c) Nos piden encontrar la fza de adhesión que se requiere en ambos puntos.
Para eso, hay que escribir la ecuación de movimiento

$$m\vec{a} = \overset{\text{fza de adhesión}}{\vec{F}} - mg\hat{z}'$$

$$\vec{F} = -mg(\cos\theta\hat{p} - \sin\theta\hat{\theta}) - m\vec{a}$$

$$\begin{aligned} \text{en } \theta=0 \quad \vec{F} &= -mg\hat{p} - a\omega_1^2\hat{p} - (b\omega_0^2 + 2a\omega_0\omega_1)\hat{x}' \\ &= -(mg + a\omega_1^2)\hat{p} - (b\omega_0^2 + 2a\omega_0\omega_1)\hat{x}' \end{aligned}$$

$$\text{en } \theta=\frac{\pi}{2} \quad \vec{F} = mg\hat{\theta} + a(\omega_0^2 - \omega_1^2)\hat{p} - b\omega_0^2\hat{x}'$$

b) Nos piden encontrar la fza de adhesión que se requiere en ambos puntos.

Para eso, hay que escribir la ecuación de movimiento

Fzas ficticias:

$$\triangleright -m\vec{a}_0 = mb\omega_0^2 \hat{x}'$$

$$\begin{aligned} \triangleright 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}_0 &= 2m(a\omega_1 \hat{\theta} \times \omega_0 (\cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta})) \\ &= 2ma\omega_0\omega_1 \cos\theta \underbrace{\hat{\theta} \times \hat{p}}_{\hat{x}'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright m(\vec{\omega}_0 \times \vec{r}') \times \vec{\omega}_0 &= m(\omega_0 (\cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta}) \times a\hat{p}) \\ &= -ma\omega_0^2 \sin\theta \underbrace{(\hat{\theta} \times \hat{p})}_{\hat{x}'} \times (\cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta}) \\ &= -ma\omega_0^2 \sin\theta (\cos\theta \underbrace{\hat{x}' \times \hat{p}}_{-\hat{\theta}} + \sin\theta \underbrace{\hat{x}' \times \hat{\theta}}_{\hat{p}}) \end{aligned}$$

Fza de adhesión



Las fzas reales son $\vec{F} - mg\hat{z}'$

$$= \vec{F} - mg(\cos\theta \hat{p} - \sin\theta \hat{\theta}), \quad \text{Así las ecs. de mov. son:}$$

$$\underline{\hat{p}} \quad -ma\omega_1^2 = F_p - mg\cos\theta - ma\omega_0^2 \sin^2\theta$$

$$\underline{\hat{\theta}} \quad 0 = F_\theta + mg\sin\theta + ma\omega_0^2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\underline{\hat{x}'} \quad 0 = F_{x'} + mb\omega_0^2 + 2ma\omega_0\omega_1 \cos\theta$$

$$\text{así en } \underline{\theta=0} \quad F_p = mg - ma\omega_1^2$$

$$F_\theta = 0$$

$$F_{x'} = -2ma\omega_0\omega_1 - mb\omega_0^2$$

$$\underline{\theta=\pi/2} \quad F_p = -ma(\omega_1^2 - \omega_0^2)$$

$$F_\theta = -mg$$

$$F_{x'} = -mb\omega_0^2$$

Después se le puede sacar el módulo //