

Auxiliar Pre C1

Profesor: Patricio Aceituno

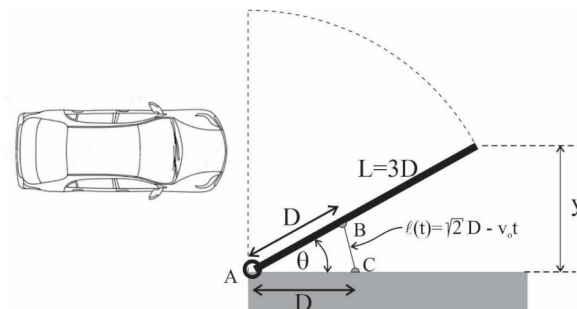
Auxiliares: Gaspar De la Barrera, José Manuel Muñoz, Fernanda Padró

Ayudantes: Luis Painemal, Constanza Rodriguez

P1. Portón mecánico

El sistema de apertura de un portón de estacionamiento vehicular lo modelaremos como una barra de largo $3D$ que gira en torno a su extremo A accionada por un brazo hidráulico BC que se va acortando de manera que su largo, ℓ , disminuye en el tiempo en la forma $\ell(t) = \sqrt{2}D - v_0 t$, con v_0 constante. Las distancias BA y CA son fijas e iguales a D , como muestra la figura.

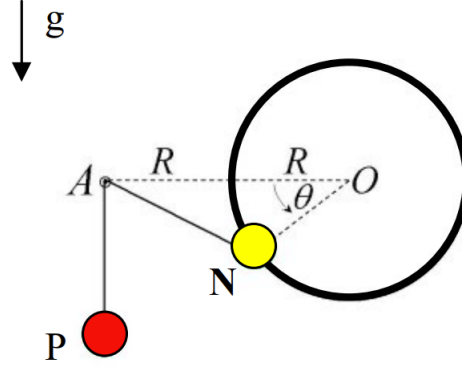
- Determine el tiempo que tarda el portón en liberar la mitad de la sección de entrada (cuando $y = 3D/2$).
- Determine la velocidad angular $\dot{\theta}$ del portón en ese mismo instante



P2. [C1 Otoño 2007]

La partícula P y el anillo N están unidos por una cuerda ideal de largo $L > 3R$, que pasa por una polea fija en A . La partícula P cuelga libremente por gravedad. El anillo se puede mover con roce despreciable a lo largo de un aro circular de centro O y radio R . La polea está ubicada a una distancia R del aro, como se indica en la figura.

- Si el anillo se mueve con velocidad angular constante a lo largo del aro $\dot{\theta} = \omega_0 > 0$ determine la rapidez máxima de la partícula P . Considere que su movimiento es siempre vertical y que la cuerda se mantiene siempre tensa.
- Considere ahora que estando el anillo en la posición más baja ($\theta = \pi/2$) se obliga a la partícula P a descender con rapidez constante v_0 . Determine la velocidad y aceleración del anillo cuando alcance la posición $\theta = \pi/3$. Asuma que la cuerda se mantiene siempre tensa.

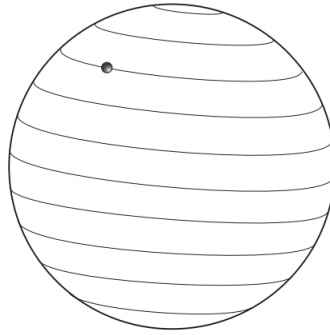


P3. Coordenadas esféricas

Tenemos una curva descrita por coordenadas esféricas donde $r = R_0$ y $\phi = N\theta$, donde N es un número entero par. Se tiene además que $\dot{\theta} = \omega_0$.

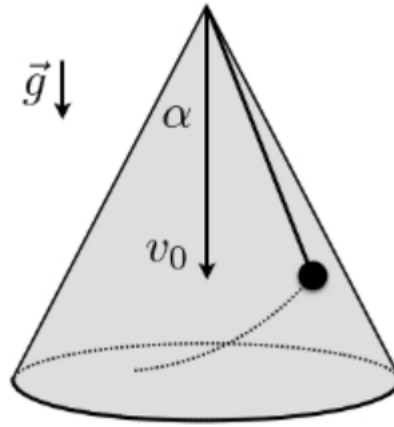
1. Determine la velocidad $\vec{v}$ y aceleración $\vec{a}$ de la partícula para una posición cualquiera.
2. Encuentre el radio de curvatura en el ecuador (cuando $\theta = \pi/2$). Recordar que el radio de curvatura se escribe como:

$$r_v = \frac{|\vec{v}|^3}{|\vec{v} \times \vec{a}|}$$



P4. Cono

Una partícula de masa m se mueve sin roce sobre la superficie de un cono de semiángulo α , ubicado de forma vertical con el vértice hacia arriba. La partícula está atada a una cuerda que pasa por el vértice del cono, de donde es recogida con velocidad v_0 , como se muestra en la figura. Inicialmente la partícula está a una distancia r_0 del vértice y gira con velocidad angular ω_0 . Determine la distancia a la cual la partícula se despega de la superficie del cono. Calcule la tensión de la cuerda en ese instante



Aceleración y velocidad en coordenadas esféricas

Esféricas:

$$\vec{r} = r\hat{r}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{\phi}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta)\hat{r}$$

$$+ (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\hat{\theta}$$

$$+ (r\ddot{\phi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta)\hat{\phi}$$