

FI1000-5: Introducción a la Física Clásica**Profesor:** Marcel Clerc Gavilán**Auxiliares:** Manuel Díaz Zúñiga, Eduardo Droguett Mora**Ayudante:** Luciano Toro Rojas

Auxiliar 10: Sistemas de partículas y centro de masa

4 de junio de 2025

P1.- Partículas bajo interacción:

Considere un sistema de tres partículas de masas m_a , m_b y m_c que en un instante dado están situadas en las posiciones de la figura 1 y moviéndose con la velocidad indicada, siendo la rapidez de cada una de ellas igual a v . Suponga que la masa A y C están unidas por un resorte de longitud natural nula y constante elástica k . Para el instante indicado:

- Halle la posición del centro de masa del sistema.
- Calcule la cantidad de movimiento y la energía cinética del sistema respecto a un sistema fijo.
- Encuentre la aceleración de cada masa y la del CM.

Considere que cada recuadro de la figura mide l tanto de largo como de ancho.

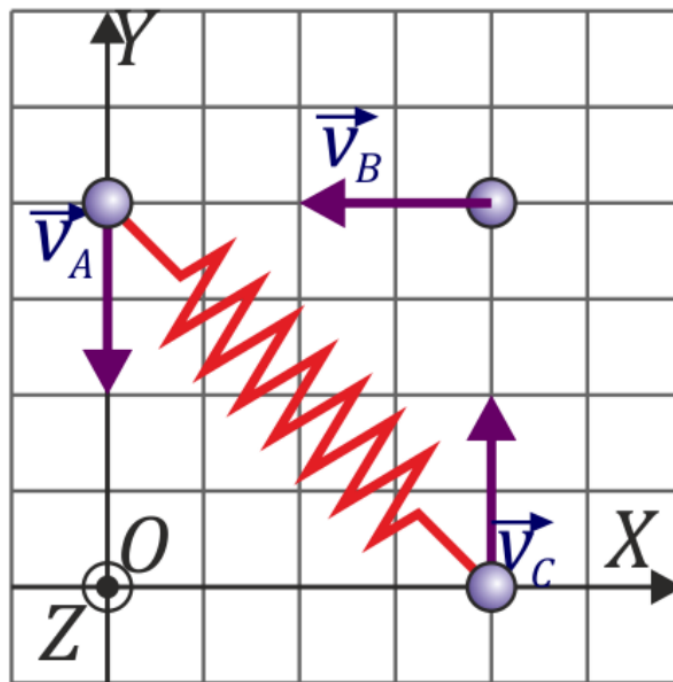


Figura 1: Esquema de sistema de partículas.

P2.- Sólidos homogéneos:

Considere una fila de N partículas como se muestra en la figura 2.a. La masa total del sistema es M , y cada partícula tiene masa $m = M/N$. La fila comienza en el origen del sistema de referencia, y la última partícula se encuentra a una distancia L . Las partículas se encuentran equiespaciadas a una distancia $d = L/N$.

- a) Encuentre el centro de masa del sistema de partículas $\vec{r}_{CM}$.
- b) Definamos la masa por unidad de largo, mejor conocida como densidad de masa lineal $\lambda = M/L$. Si consideramos que el número de partículas tiende a infinito, pero el largo de la fila permanece constante ($N \rightarrow \infty$, $d \rightarrow 0$), mostrar que el centro de masa es

$$\vec{r}_{CM} = \frac{L}{2} \hat{x} \quad (1)$$

Note que el sistema mencionado es equivalente a una cuerda homogénea, inextensible de largo L y de densidad de masa lineal $\lambda = M/L$ (como se ve en la figura 2.b).

- c) Considere ahora que tiene una red de partículas como se ve en la figura 2.c, de largo L y altura H . La red consiste en N_y filas apiladas en el eje y , equidistantes a una distancia $a = H/N_y$. Cada fila consta de N_x partículas, también equidistantes, a una distancia $d = L/N_x$. La masa de cada partícula será $m = M/(N_x N_y)$.

De manera análoga a los ítems anteriores, calcule el centro de masa cuando el número de partículas es infinito, pero la altura H y el largo L permanece constante. Muestre que el centro de masa es

$$\vec{r}_{CM} = \frac{L}{2} \hat{x} + \frac{H}{2} \hat{y} \quad (2)$$

Note que el sistema mencionado es equivalente a una rectángulo homogéneo, largo L y altura H , cuya densidad de masa superficial $\sigma = M/LH$ (como se ve en la figura 2.e).

- d) **Propuesto:** Investigue sobre el centro de masa de un círculo y de un triángulo de densidad de masa homogénea.

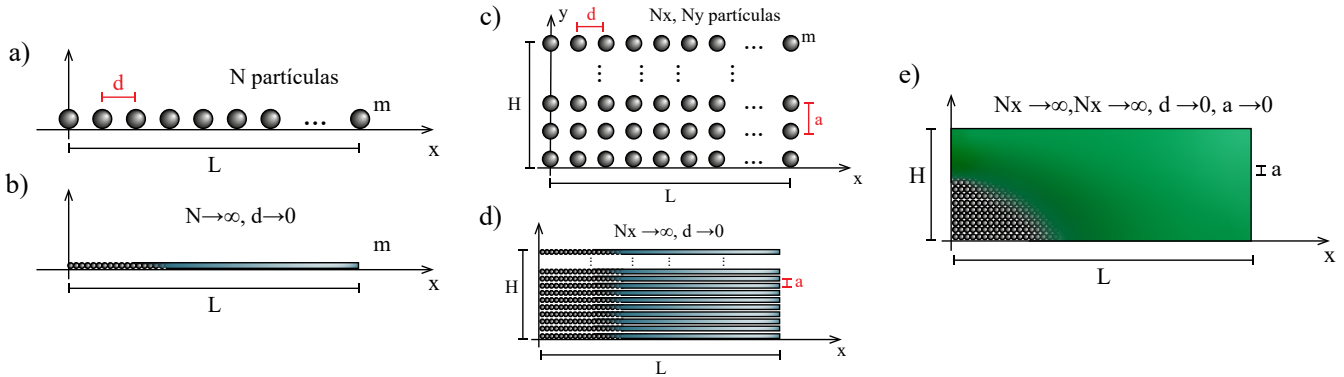


Figura 2: a) Esquema de fila de partículas. b) Cuerda inextensible homogénea. c) Esquema de red de partículas. d) Ilustración de columna de cuerdas homogéneas. e) Rectángulo homogéneo.

P3.- Centros de masa con sólidos:

- a) Encuentre la posición del centro de masa de una lámina de densidad de masa uniforme σ y que tiene la forma indicada en la figura 3.a.
- b) Encuentre la posición del centro de masa de un disco de densidad uniforme σ y espesor despreciable, que, además, presenta un agujero circular como indica la figura 3.b.

Un bloque homogéneo de largo L , descansa sobre una superficie horizontal. Otros bloques, todos exactamente iguales al anterior, se colocan sucesivamente uno sobre otro, dejando que sobresalga siempre en el mismo lado un largo L/k del bloque, con k un numero entero, en la forma que indica la figura 3.c.

- Encuentre el centro de masa de un conjunto de N bloques ordenados como se indicó en el párrafo anterior.
- Suponga que todos tienen una sección cuadrada de lado H . Calcule el máximo número de bloques que se pueden apilar de esta forma, sin que el conjunto se derrumbe.

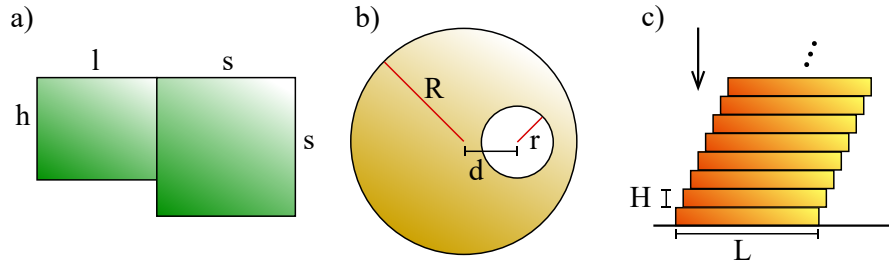


Figura 3: a) Laminas homogéneas. b) Disco con agujero circular. c) Bloques homogéneos apilados.

P4.- (Propuesto) Chaleco antibalas:

Una manera de idear un chaleco antibalas sería mediante un medio sólido y elástico que disipe la energía de impacto y evite la penetración de la bala. Para modelar esto, considere una bala de masa m se mueve con rapidez inicial v_i y atraviesa un bloque de masa M como se muestra en la figura 4, de tal manera que el bloque no pierde masa. Después de atravesar el bloque, la bala continua su camino y el bloque se mueve una distancia l sobre una superficie horizontal sin roce, hasta alcanzar un resorte de constante elástica k . Finalmente, el bloque es detenido por el resorte que se comprime una distancia d .

- Encuentre la rapidez de la bala después de atravesar el bloque. Determine la condición necesaria sobre v_i para que la bala logre atravesar al bloque.
- Determine la variación de energía cuando la bala atraviesa al bloque. Comente sobre el signo de esta variación utilizando la condición sobre v_i encontrada en la parte anterior.

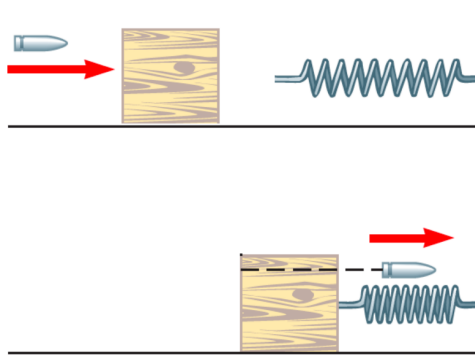


Figura 4: Esquema de bala, bloque y resorte.