FI1000 - Introducción a la Física Clásica, Otoño 2025

Profesores: M. Muñoz, C. Fuentes, P. Lira, M. Flores, M. Clerc, I. Bordeu, V. González, A. Meza, C. Falcón, H. Arellano.

Control 3

- Duración: 3.0 horas.
- Responda cada pregunta en hojas separadas.
- **Justifique los pasos con palabras**.

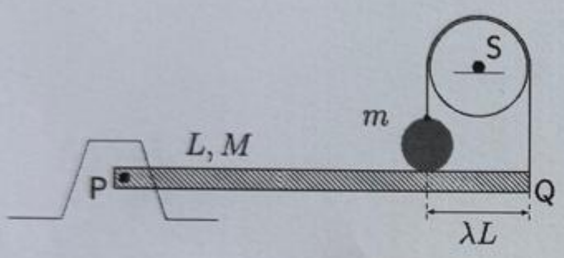


Figura 1: Masas unidas por cuerdas.

P1 Una barra de masa M y longitud L se mantiene en forma horizontal como se ilustra en la figura. El extremo P se une a una rótula sin fricción. El extremo Q se ata a una cuerda ideal que pasa por una polea fija en S, con una bola de masa m atada en su otro extremo. La bola se apoya en la barra, a una distancia λL de Q. Suponga que la masa de la bola es lo suficientemente grande como para mantenerse siempre en contacto con la barra.

a) Calcule la tensión de la cuerda y grafíquela como función de λ. Interprete.

b) Calcule la magnitud de la fuerza de contacto N entre la bola y la barra. Grafíquela en función de λ e interprete.

c) Para $\lambda = 1/2$, determine la mínima masa de la bola que garantice contacto con la barra.

P2 Desde una altura H con respecto al piso, se deja caer una bolita de plasticina de masa M. Simultáneamente, desde el piso, se dispara verticalmente una bala de masa m. Como resultado del choque ambos cuerpos quedan adheridos continuando el movimiento vertical.

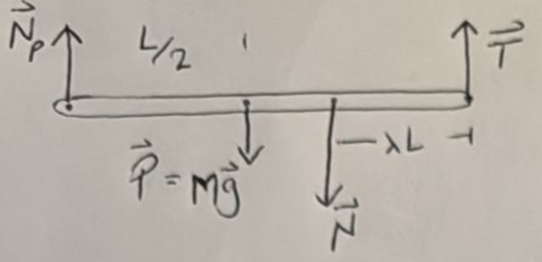
a) Determine la energía cinética E_0 de la bala para que el par alcance nuevamente una altura máxima H después del choque.

b) Determine la altura donde se produce el choque.

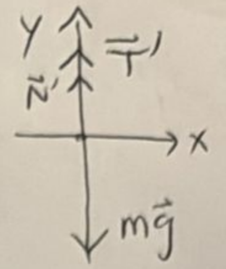
PAUTA - C3 2025-1

P1 - (2.0 puntos por inciso)

DCL Barra



DCL m



a) La cuerda es ideal $\Rightarrow$ $\boxed{T = T'}$

Por 3ra Ley $\boxed{N = N'}$

Para la barra

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow N_p + T - N - Mg = 0 \quad (1)$$

$$\sum_i \vec{\tau}_{P,i} = \vec{0} \Rightarrow -Mg\frac{L}{2} - N(L - \lambda L) + TL = 0 \quad (2)$$

Para m

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow T + N - mg = 0 \Rightarrow N = mg - T \quad (3)$$

(3) en (2) $\Rightarrow$ $T = g\,\dfrac{M + 2m(1-\lambda)}{2(2-\lambda)}$ 1.5

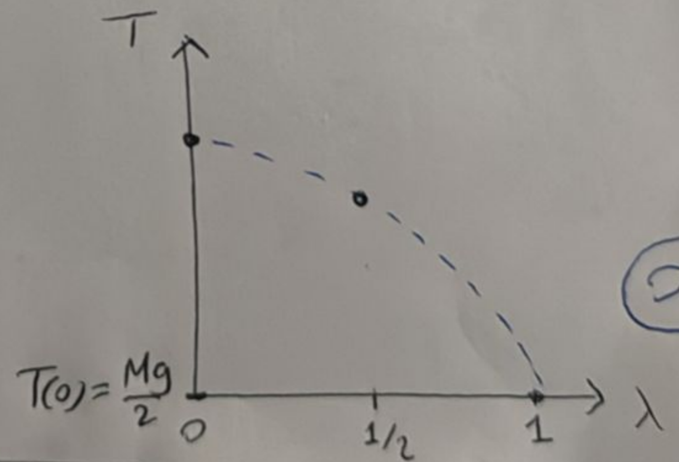
Graficamos $T(\lambda)$ (aprox) con $0 \leq \lambda \leq 1$.

$T(0) = g\,\dfrac{(M + 2m)}{4}$

$T(1/2) = g\,\dfrac{(M + m)}{6}$

$T(1) = \dfrac{Mg}{2}$

+ Interpretación



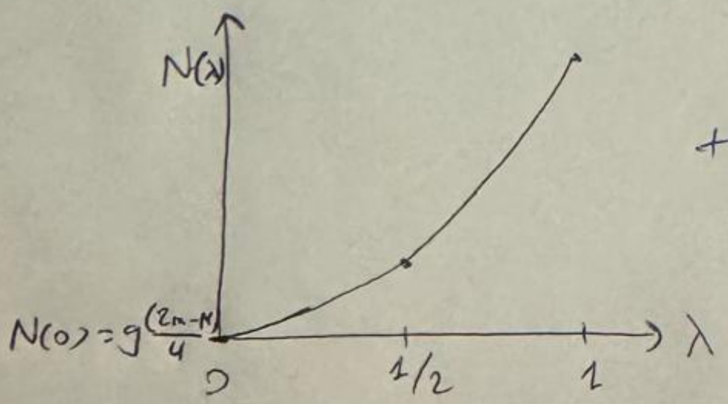
0.5

b) De ③ $N = mg - T = mg - g\,\dfrac{M + 2m(1-\lambda)}{2(2-\lambda)}$

$$\Rightarrow \quad N = g\,\frac{2m - M}{2(2-\lambda)}$$ válida solo para $2m \geq M$.

1.5

Graficamos $N(\lambda) \;/\; \lambda \in [0,1]$



+ Interpretación

0.5

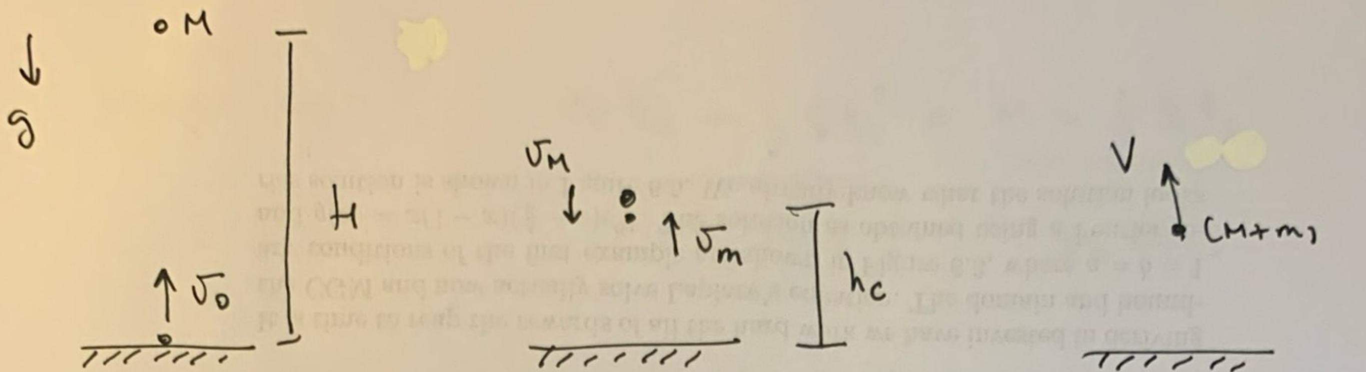
c) Estudiamos el caso límite $N \to 0$, $(T \to mg)$

en este caso, de (b) obtenemos

$$N = 0 = g\,\frac{2m - M}{6} \iff \boxed{m = \frac{M}{2}}$$

2.0

P2



a) (3 pts totales)

Choque inelástico

$$\boxed{m v_m - M v_M = (m+M) V} \quad (1)$$

cons. energía

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 + (M+m) g h_c = (M+m) g H$$

$$\Rightarrow \boxed{V^2 = 2g(H-h_c)} \quad (2)$$

Para M por cons. de energía

$$MgH = \frac{1}{2} M v_M^2 + M g h_c$$

$$\Rightarrow \boxed{v_M = \sqrt{2g(H-h_c)}} \quad (3)$$

Para m por cons. de energía

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 + m g h_c$$

$$\boxed{v_0^2 = v_m^2 + 2 g h_c} \quad (4)$$

Ec. de movimiento

$$y_m = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_M = H - \frac{1}{2} g t^2$$

choque $\Rightarrow$ $$\underbrace{v_0 t_c - \frac{1}{2} g t_c^2}_{y_m(t_c)} = \underbrace{H - \frac{1}{2} g t_c^2}_{y_M(t_c)}$$

$$\Rightarrow \quad t_c = \frac{H}{v_0}$$

entonces

$$h_c = y_m(t_c) = v_0 \frac{H}{v_0} - \frac{1}{2} g \left(\frac{H}{v_0}\right)^2$$

$$h_c = H - \frac{1}{2} \frac{g H^2}{v_0^2} \qquad (5')$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_0^2 = \frac{g H^2}{2(H - h_c)}} \qquad (5)$$

De la ec. (1) se tiene

$$v_m = \frac{M v_M + (m+M) V}{m}$$

Usando (2) y (3)

$$v_m = \frac{M\sqrt{2g(H-h_c)} + (m+M)\sqrt{2g(H-h_c)}}{m}$$

$$v_m = \frac{(m+2M)}{m} \sqrt{2g(H-h_c)}$$

Reemplazando en (4)

$$v_0^2 = \left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 2g(H-h_c) + 2g\,h_c$$

pero de (5')

$$v_0^2 = \left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 \cancel{2}g \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \frac{gH^2}{v_0^2} + 2g\left(H - \frac{1}{2}\frac{gH^2}{v_0^2}\right)$$

$$v_0^2 = \left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 \frac{g^2H^2}{v_0^2} + 2gH - \frac{g^2H^2}{v_0^2} \qquad / \cdot v_0^2$$

$$v_0^4 = 2gH\,v_0^2 + g^2H^2\left[\left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 - 1\right]$$

$$v_0^4 - 2gH\,v_0^2 - g^2H^2\left[\left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 - 1\right] = 0$$

entonces

$$v_0^2 = \frac{2gH \pm \sqrt{\cancel{4g^2H^2} + 4g^2H^2\left[\left(\frac{m+2M}{m}\right)^2 \cancel{-1}\right]}}{2}$$

$$v_0^2 = gH \pm gH\left(\frac{m+2M}{m}\right)$$

signo $-$ <u>no</u> sirve porque $v_0^2 < 0$ $\Rightarrow$ $v_0^2 = 2gH\left(\frac{m+M}{m}\right)$

Existen distintas formas de resolverlo.
Asignar puntajes intermedios según resolución.
(3.0 puntos)

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 = (m+M) g H}$$

b) (3 pts totales)

Reemplazando en (5) se obtiene

$$2gH\frac{(m+M)}{m} = \frac{gH^2}{2(H-h_c)}$$

$$H - h_c = \frac{mH}{4(m+M)}$$

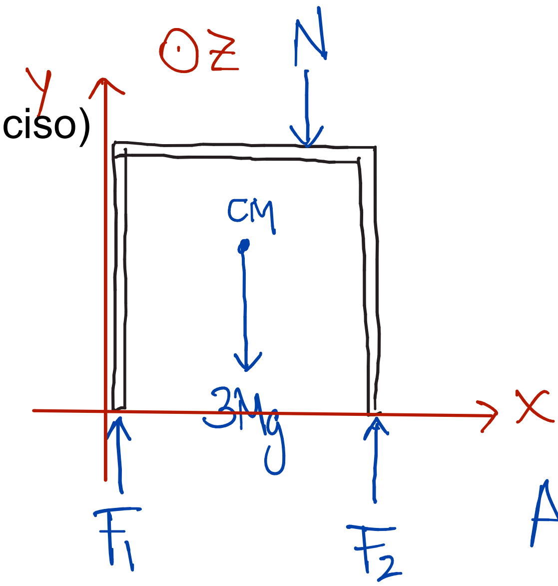
$$\Rightarrow h_c = H - \frac{m}{4(m+M)} H$$

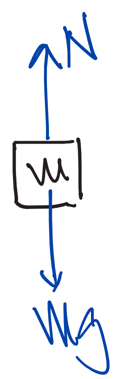
$$\boxed{h_c = \left(\frac{\frac{3}{4}m + M}{m+M}\right) H}$$

Asignar puntajes intermedios según resolución.
(3.0 puntos)

P3)

(3.0 puntos por inciso)





$N = mg$

Además $P_1 = P_2$ ← presión

$$P_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{F_2}{2A} = P_2$$

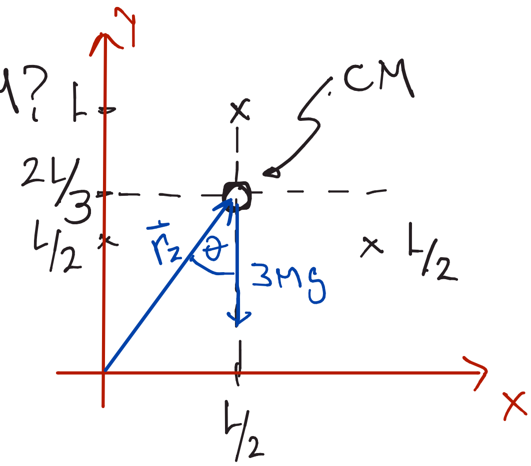
$$\vec{\tau}_{F_1} = 0$$

$$\vec{\tau}_{F_2} = \vec{r} \times \vec{F_2} = L\,2F_1 \,\cancel{\text{sen}\,90}^{\,1}\,(+\hat{z})$$
$$= \boxed{2LF_1\,\hat{z}}$$ 0.5 pts

$\Rightarrow 2F_1 = F_2$ 0.5 pts

$$\vec{\tau}_{3Mg} = \vec{r}_2 \times (3M\vec{g})$$
$$= |\vec{r}_2| \cdot 3Mg \,\text{sen}\,\theta\,(-\hat{z})$$
$$= \cancel{|\vec{r}_2|} \cdot 3Mg \,\frac{L/2}{\cancel{|\vec{r}_2|}}\,(-\hat{z})$$
$$\boxed{\vec{\tau}_{3Mg} = -\frac{3}{2}LMg\,\hat{z}}$$ 0.5 pts

CM? L



$$X_{CM} = \frac{L}{2}$$

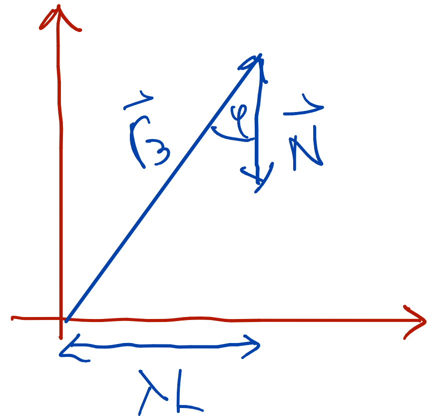
$$Y_{CM} = \frac{\cancel{M}\frac{L}{2} + \cancel{M}\frac{L}{2} + \cancel{M}L}{3\cancel{M}}$$

$$Y_{CM} = \frac{2L}{3}$$

$$\vec{\tau}_N = \vec{r}_3 \times \vec{N}$$

$$= |\vec{r}_3| \cdot mg \operatorname{sen}\varphi \, (-\hat{z})$$

$$= \cancel{|\vec{r}_3|}\, mg \cdot \frac{\lambda L}{\cancel{|\vec{r}_3|}} (-\hat{z})$$



$$\vec{\tau}_N = -\lambda L mg \, \hat{z}$$ 0.5pts

$$\rightarrow \sum \vec{\tau} = 0 = 2\cancel{L} F_1 \hat{z} - \frac{3}{2}\cancel{L} Mg \hat{z} - \lambda \cancel{L} mg \hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{2F_1 - \frac{3}{2}Mg - \lambda mg = 0} \quad (1)$$

puntaje ya asignado en pasos intermedios

$$\sum F_y = 0 = F_1 + F_2 - N - 3Mg = 0$$

$$F_1 + 2F_1 - mg - 3Mg = 0$$

$$\boxed{3F_1 - 3Mg - mg = 0} \quad (2)$$ 0.5pts

$$(2) \rightarrow F_1 = \frac{3Mg - mg}{3}$$ 1pt para (b)

$$\text{en } (1) \rightarrow \frac{2}{3}\left(3M\cancel{g} - m\cancel{g}\right) - \frac{3}{2}M\cancel{g} - \lambda m\cancel{g} = 0$$

$$2M - \frac{2m}{3} - \frac{3M}{2} = \lambda m$$

$$\Rightarrow m\lambda = \frac{M}{2} - \frac{2m}{3}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{M}{2m} - \frac{2}{3}}$$ ← 0,5 pts

ó

Si usaron masa de la mesa = M como en el dibujo

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{M}{6m} - \frac{2}{3}}$$

b) $P_1 = \frac{F_1}{A} = \left(M - \frac{m}{3}\right)\frac{g}{A}$ ← 1 pt

Pal fondo: $P(h) = P_1 + \rho g h$

$$\boxed{P(h) = \left(M - \frac{m}{3}\right)\frac{g}{A} + \rho g h}$$ ← 1 pt

Si utilizaron h despreciable $\Rightarrow \boxed{P = \left(M - \frac{m}{3}\right)\frac{g}{A}}$