

a) Las ecuaciones de Newton para  $m_1$  y  $m_2$  son:

$$\rightarrow m_1 \quad m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{F}_{12}$$

$$\rightarrow m_2 \quad m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{F}_{21}$$

\* Donde  $\vec{F}_{12}$  es la fuerza

que siente la masa 1 debido a 2 y viceversa.

\* Por 3<sup>o</sup> ley de Newton se tiene:

$$\rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

\* La aceleración del centro de masas será:

$$\rightarrow \vec{A}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2} = 0$$

b) \* Como  $\vec{A}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{V}_{CM} = \text{cte.}$  y el sistema será inercial.

\* En el sistema centro de masas:

$$\rightarrow \vec{R}_{CM} = 0 \quad \text{y} \quad \rightarrow \vec{V}_{CM} = 0.$$

Por lo que:

$$\rightarrow \vec{R}_{CM} = \frac{m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2}{m_1 + m_2} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{x}_1 = -m_2 \vec{x}_2$$

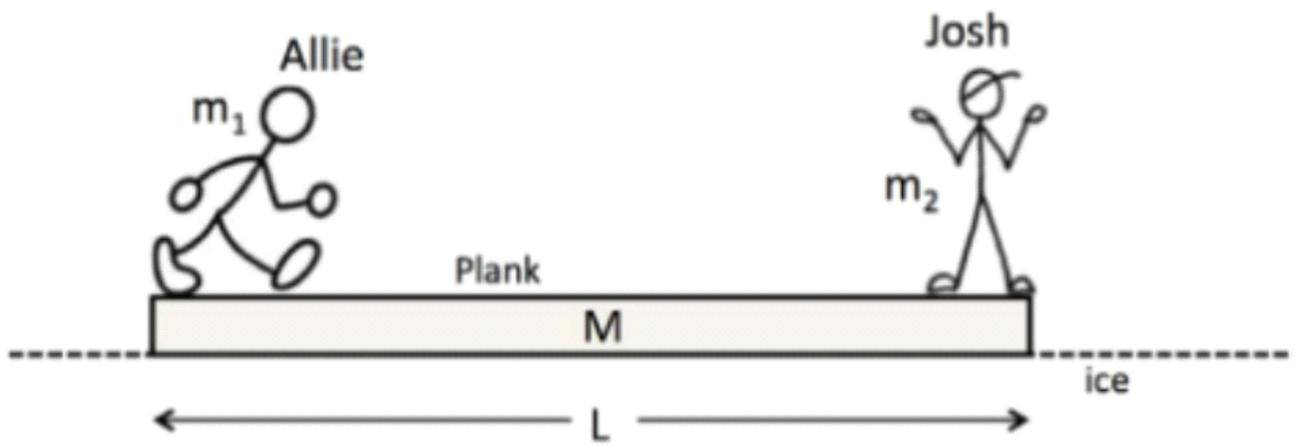
\* Además escribiendo:

$$\rightarrow \vec{x}_1 = \frac{m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2}{m_1 + m_2} + \underbrace{\frac{(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)}{\vec{r}_{12}} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2}}_{\vec{r}_{12}}$$

$$= \vec{r}_{12} \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$



$$\text{y} \quad \rightarrow \vec{x}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \vec{x}_1 = -\frac{\vec{r}_{12} m_1}{m_1 + m_2}$$



\* Análogo a  $\mathcal{P}_1$ , se tiene que  $\vec{A}_{CM} = 0$ .  
 Esto debido a que no hay fuerzas externas.

+ En el sistema CM:

$$\vec{R}_{CM} = 0 \quad \vec{v}_{CM} = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{m_1 \vec{x}_{A,S} + m_2 \vec{x}_{J,S} + M \vec{x}_{P,S}}{m_1 + m_2 + M}$$

$$\Rightarrow 0 = m_1 \vec{x}_{A,S} + m_2 \vec{x}_{J,S} + M \vec{x}_{P,S}$$

\* Ahora, consideremos los movimientos relativos con respecto a la plancha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{x}_{A,S} = \vec{x}_{A,P} + \vec{x}_{P,S} \\ \vec{x}_{J,S} = \vec{x}_{J,P} + \vec{x}_{P,S} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 0 = m_1 [\vec{x}_{A,P} + \vec{x}_{P,S}] + m_2 [\vec{x}_{J,P} + \vec{x}_{P,S}] + M \vec{x}_{P,S}$$

$$\Rightarrow -m_1 \vec{x}_{A,P} = \vec{x}_{P,S} [m_1 + m_2 + M]$$

$$\Rightarrow \left[ \vec{x}_{P,S} = \frac{-m_1 \vec{x}_{A,P}}{m_1 + m_2 + M} \right]$$

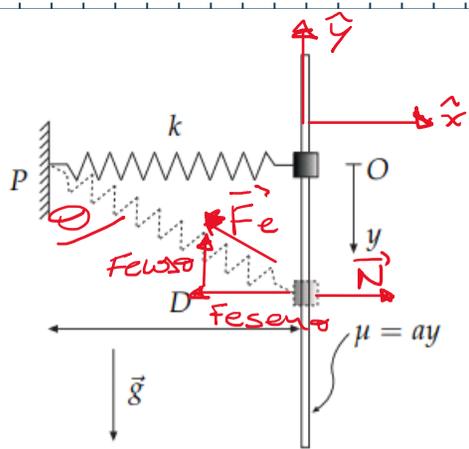


Fig. P.3.1

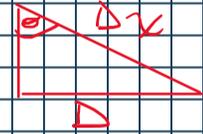
\* a) Se e  $\theta$  arbitraria.

$$\Rightarrow \vec{x} - F_e \sin \theta + \vec{N} = 0$$

$$\cos F_e = k \Delta x$$

$\Delta x$  dado por:

$$\sin \theta = \frac{D}{\Delta x}$$



\* Reemplazando  $\Delta x$  en  $F_e$  se tiene:

$$k \frac{D}{\sin \theta} \cdot \sin \theta = N$$

$$\Rightarrow [N = kD] \rightarrow \text{Constante.}$$

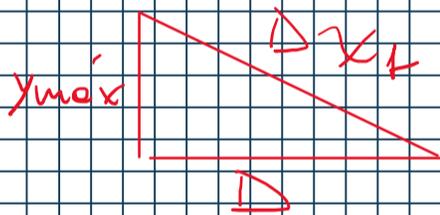
b)  $y_{\text{máx}}$ : Del teorema del trabajo:

$$\rightarrow \Delta E = W_{fi}$$

$$\rightarrow E_i = \frac{1}{2} k (D^2) ; \quad E_f = \frac{1}{2} k \Delta x_f^2 - mgy_{\text{máx}}$$

$$\rightarrow W_{fi} = \vec{F}_r \cdot \vec{y}_{\text{máx}}$$

\* Primero, en el triángulo  $\Delta x$ :



$$\Rightarrow \Delta x_f^2 = D^2 + y_{\text{máx}}^2$$

\* Ahora, calculando  $W_{fi}$ :

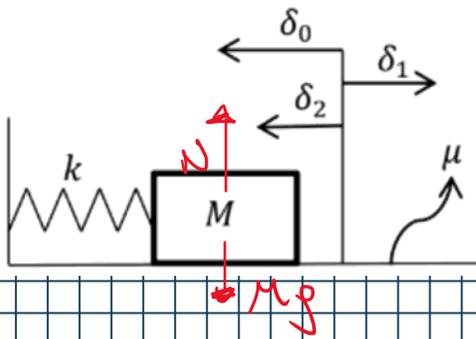
$$\rightarrow \vec{F}_r = \mu |N| \hat{y} \cdot -y_{\text{máx}} \hat{y} = -\mu k D y_{\text{máx}}$$

\* Reemplazando en el teorema del trabajo:

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k (D^2 + y_{\text{máx}}^2) - mgy_{\text{máx}} - \frac{1}{2} k D^2 = -\mu k D y_{\text{máx}}$$

$$\Rightarrow y_{\text{máx}} - \left( \frac{2mg}{k} - 2\mu D \right) y_{\text{máx}} = 0$$

$$\Rightarrow \left[ y_{\text{máx}} = \frac{2mg}{k} - 2\mu D \right]$$



\* Primeramente para el primer término  $(\delta_0 + \delta_1)$ :

$$\rightarrow E_i = \frac{1}{2} k \delta_0^2$$

$$\rightarrow E_f = \frac{1}{2} k \delta_1^2$$

$$\rightarrow W_{fi} = -\mu N (\delta_0 + \delta_1)$$

\* Dado que  $N = Mg$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k \delta_0^2 - \frac{1}{2} k \delta_1^2 = -\mu Mg (\delta_0 + \delta_1)$$

\* Factorizando:

$$\frac{1}{2} k (\delta_0 + \delta_1)(\delta_0 - \delta_1) = -\mu Mg (\delta_0 + \delta_1)$$

$$\Rightarrow \left[ \delta_0 - \delta_1 = -\frac{2\mu Mg}{k} \right]$$

\* Cambiando  $0 \rightarrow i$ ;  $1 \rightarrow i+1$  se puede ver que:

$$\left[ \delta_i - \delta_{i+1} = -\frac{2\mu Mg}{k} \right] \quad \forall i$$