Pauta de trabajo
Unidad 1: Cinemática de una partícula
Movimiento parabólico

Nombre	RUT	Firma

Objetivos

- Utilizar el análisis de **regresión lineal** mediante mínimos cuadrados para identificar y cuantificar relaciones entre variables.
- Determinar la **relación matemática** que existe entre la velocidad inicial de un proyectil y su alcance horizontal.
- Determinar **experimentalmente** la **aceleración de la gravedad**. Comparar el valor obtenido con el valor teórico conocido de la aceleración de gravedad y ver las posibles fuentes de error.

Marco teórico

Un proyectil es un objeto lanzado con cierta velocidad inicial como por ejemplo una pelota, cuya trayectoria es definida por la aceleración de gravedad y, en menor medida, por la resistencia del aire. Para simplificar el análisis de este movimiento común, se usa un modelo ideal donde se ignora la resistencia del aire, tratando al proyectil como una partícula con aceleración constante debido a la gravedad. Aunque este modelo tiene algunas limitaciones, ofrece una base sólida para entender el movimiento de proyectiles. El movimiento se considera bidimensional, y podemos analizarlo separando la componente horizontal, donde la velocidad es constante y no hay aceleración, y vertical, donde la aceleración es constante y dirigida hacia abajo. Esta aproximación permite describir el movimiento del proyectil mediante ecuaciones para cada componente, facilitando el análisis de su trayectoria y dinámica. Las ecuaciones que describen el movimiento en el eje horizontal (x) son:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}\, t \qquad (1)$$

en donde x_0 es la componente horizontal de la posición inicial y v_{0x} es la componente horizontal de la velocidad inicial, que es constante para todo tiempo.

Por otro lado, las ecuaciones que describen el movimiento en el eje vertical (y) son:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

en donde y_0 es la componente vertical de la posición inicial y v_{0y} es la componente vertical de la velocidad inicial.

En el siguiente laboratorio, analizaremos el movimiento de un objeto al ser lanzado mediante una rampa, el cual experimenta una trayectoria parabólica.

ANÁLISIS PREVIO

1. Dibuje un esquema de la situación física a estudiar ubicando el sistema de referencia, indicando todas las variables importantes como la velocidad inicial del proyectil, la altura inicial, la aceleración de gravedad, etc. Luego, a partir de las ecuaciones (1) y (2) obtenga una expresión matemática que relacione el alcance horizontal del proyectil x cuando llega al suelo, con la velocidad inicial v_{0x}.

2. A partir del marco teórico descrito anteriormente, escriba en el siguiente recuadro el modelo que utilizará para describir el movimiento parabólico, junto a su respectiva ecuación, y cuál será su variable independiente y dependiente.

Modelo	Ecuación	Variable independiente	Variable dependiente

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Materiales

1. Rampa metálica
2. Bolita de acero
3. Plomada
4. Soporte universal y tenazas
5. Cámara (puede usar la de su celular)
6. Papel calco
7. Papel cuadriculado (o papel blanco)
8. Regla y huincha de medir
9. Calculadora científica básica
10. Computador con el programa Excel.
11. Software de análisis de video *Tracker*

Procedimiento

- Coloque la rampa metálica en el borde de una mesa asegurándose de que sobresalga levemente. La altura H desde la base de la rampa hasta el suelo será la altura inicial del proyectil, midalo con la cinta métrica y anote su valor.
- Asegure un pedazo grande de papel calco encima del papel cuadriculado, sobre el suelo donde espera que la bolita aterrice. Esto debe quedar fijo en el suelo, ya que el impacto de la bolita puede mover el papel. Para fijar el origen en el suelo, utilice la plomada colocando el hilo al borde de la mesa proyectada hacia el suelo.

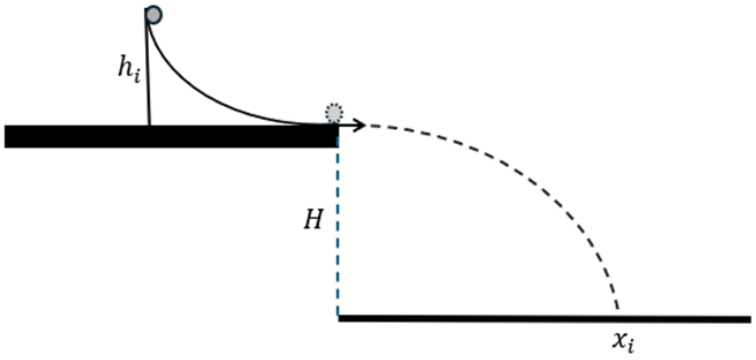

Figura 1. Esquema del montaje experimental.

- En la parte superior de la rampa, marqué diferentes alturas h_i desde la cual soltará la bolita.
- Determine y marque el punto de salida de la bolita en la rampa para asegurar que todas las pruebas comienzan desde el mismo punto.
- Suelte la bolita desde el reposo y permita que ruede fuera de la rampa y caiga en el suelo sobre el papel calco. Con su celular, grabe el movimiento de la bolita por la rampa. Importante: fije su celular con el soporte y las tenazas, de tal manera que la cámara quede fija apuntado paralela a la rampa.
- Después de que la bolita impacte el papel calco, marque el punto donde la bolita hizo contacto por primera vez (puede que queden registrados también los rebotes, pero esto no es información de interés).
- Repita el lanzamiento varias veces para una misma altura h_i (al menos cinco veces). Luego, varíe la altura inicial de lanzamiento (5 alturas diferentes) y repita el procedimiento, marcando cada punto de impacto en el papel calco.
- Con la ayuda de la regla o cinta métrica, mida la distancia horizontal x_i desde el borde de la mesa (proyectada hacia el suelo) hasta cada punto de impacto y registre los datos en la siguiente tabla.
- Para determinar la velocidad de salida v_{0x} de la bolita, debe utilizar el software de análisis de video ***Tracker***. Para esto, vea el video donde se explica la utilización del software.
- Observe que para determinar la velocidad inicial v_{0x} y el alcance horizontal x_i tal vez deba repetir varias veces la experiencia para un mismo valor de h_i y luego tomar promedios para completar la tabla velocidad inicial v_i y la distancia x_i.

Tabla I. Datos del movimiento parabólico: velocidad de salida v_{0x} (m/s) de la bolita versus el alcance horizontal v_{0x} (m/s).

Velocidad de salida v_{0x} (m/s)	**Alcance horizontal x_i (m)**

ANÁLISIS DE DATOS

1. Utilizando el software Excel, realice un gráfico de velocidad inicial vs. alcance horizontal, recuerde colocar el **nombre a los ejes y unidades de medida** correspondiente. En el siguiente cuadro bosqueje el gráfico que obtuvo y describa la curva. ¿A qué tipo de función matemática se parece la curva obtenida? Adjunte el gráfico al final de esta guía.

2. En el mismo gráfico que realizó anteriormente, trace una recta, usando el método de mínimos cuadrados, que mejor represente la tendencia de los datos.

Anote el valor de la **pendiente y del intercepto**. No olvide las unidades de medida de sus valores. ¿Qué **interpretación física** tienen estas cantidades? ¿Concuerda su valor con el modelo teórico?

Valor pendiente	
Valor intercepto	

3. Comparación entre el valor experimental y el valor teórico.

A partir del valor de la pendiente, obtenga el valor experimental de la aceleración de gravedad g_{exp}. Luego compare este valor obtenido experimentalmente con el valor aceptado de la aceleración de gravedad $g = 9.79 \frac{m}{s^2}$. Para esto utilice el error porcentual.

CONCLUSIONES

Presenten de manera concisa las conclusiones ***objetivas*** de la sesión en general. Resuman sus resultados más importantes. Enumere las **principales fuentes de error** en su proceso de medición.

ANEXO

1. Regresión Lineal y método de mínimos cuadrados.

La **regresión lineal** es un modelo estadístico usado para relacionar una variable independiente x con una variable dependiente y. Es decir, en una regresión lineal simple solo hay dos variables y se intenta aproximar la relación que hay entre ambas.
Por lo tanto, la regresión lineal sirve para encontrar una ecuación que relacione dos variables de manera lineal.
El **método de mínimos cuadrados** es una técnica utilizada para encontrar la mejor línea recta o curva que se ajusta a un conjunto de datos experimentales. El objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los valores predichos por el modelo, esto también se conoce como error de estimación.
Para una recta $\boldsymbol{y = mx + b}$, donde m es la pendiente y b la intersección con el eje y, los parámetros m y b se ajustan para minimizar este error de estimación, obteniendo las siguientes expresiones para m y b.

$$m = \frac{n\Sigma_{i=1}^{n}\ x_i y_i - \Sigma_{i=1}^{n} x_i \Sigma_{i=1}^{n} y_i}{n\Sigma_{i=1}^{n}\ x_i^2 - \left(\Sigma_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\Sigma_{i=1}^{n} y_i - m\Sigma_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Ejemplo: Supongamos que, en un experimento usted desea describir el movimiento rectilíneo uniforme de un objeto. Para esto, se mide la posición del objeto x a medida que transcurre el tiempo t. Luego de las mediciones, su grupo obtiene la siguiente tabla de datos:

Tabla I. Datos de posición x versus tiempo t.

t [s]	x [m]
1	2.2
2	4.1
3	8.3
4	10.1
5	12.2
6	14.9
7	16.3
8	18.99
9	20
10	22.9

Para encontrar la relación matemática entre las variables x y t, su grupo decide graficar la tabla de datos, obteniendo la siguiente figura:

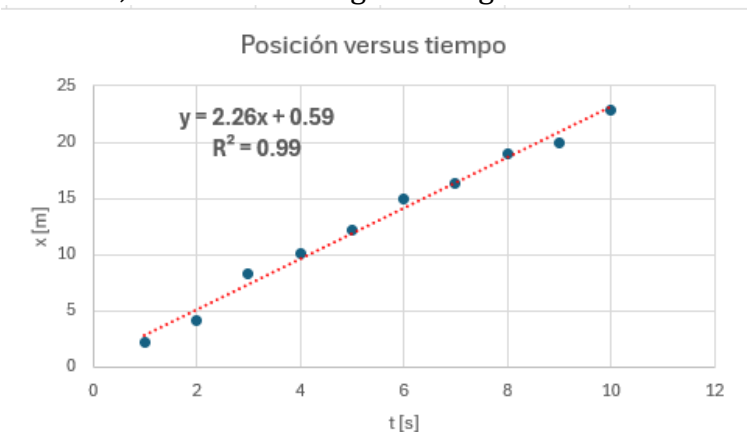

Figura 1. Regresión lineal, gráfico de posición versus tiempo.

En la figura 1, los puntos azules en el gráfico representan los datos experimentales, mientras que la línea punteada roja representa la regresión lineal, que es la recta $y = mx + b$ que minimiza la distancia de todos los puntos a ella. Esta recta se obtiene a partir del método de mínimos cuadrados descrito anteriormente, en donde la interpretación física es la siguiente: la pendiente $m = 2.26$ [m/s] representa la velocidad del objeto y el intercepto $b = 0.59$ [m] representa la posición inicial. Vemos claramente que la relación entre las variables es lineal. El valor de R^2, conocido como **coeficiente de correlación**, es una cantidad que puede tener valores entre cero y uno, y nos indica que tan correlacionadas están nuestras variables respecto a la regresión lineal. Entre más cerca esté el valor de R^2 a uno, significa que es una buena correlación, por el contrario, si se aleja del valor uno, nos dice que es probable que no sea la correlación correcta entre las variables de estudio.