

P1)

$$v_r = \frac{c}{2} L$$

$0 \rightarrow v_p = \frac{c}{3}$

oo oo oo oo

i) $v = \frac{d}{t}$ tomando la distancia recorrida L

$$\frac{c}{3} = \frac{L}{t}$$

$t = \frac{3L}{c} \text{ s}$

ii) Velocidad de la pelota respecto al observador

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}}$$

$$v'_x = c/3$$

$$u = c/2$$

$$v_x = \frac{\frac{c}{3} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{\frac{c}{3} \cdot \frac{c}{2}}{c^2}}$$

$$v_x = \frac{\frac{5c}{6}}{1 + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{5c}{6}}{\frac{7}{6}} = \frac{5c}{7} \quad \boxed{v_x = \frac{5c}{7}}$$

$$L_1 = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$L_1 = L \sqrt{1 - \frac{25}{49}}$$

$$L_1 = L \sqrt{\frac{24}{49}}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_1 = \frac{L\sqrt{24}}{7}} = \boxed{L_1 = \frac{2L\sqrt{6}}{7}}$$

$$v_x = \frac{L_1}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{L_1}{v_x} = \frac{\frac{2L\sqrt{6}}{7}}{\frac{5c}{7}} = \frac{2L\sqrt{6}}{5c}$$

$t_1 = \frac{2L\sqrt{6}}{5c}$

$$\text{iii) } v_f = -\frac{c}{3}$$

$$\Delta t = \frac{t_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\frac{3L}{c} = \frac{t_2}{\sqrt{1-\frac{1}{9}}}$$

$$\frac{3L}{c} = \frac{3t_2}{\sqrt{8}}$$

$$\boxed{t_2 = \frac{L\sqrt{8}}{c}}$$

$$v_f = \frac{L_2}{t_2}$$

$$L_2 = -\frac{c}{3} \cdot \frac{L\sqrt{8}}{c}$$

$$\boxed{L_2 = -\frac{L\sqrt{8}}{3}}$$

$$\text{iv) } t_1 = \frac{t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2L\sqrt{6}}{5c} = \frac{3L}{c\sqrt{1-\frac{1}{9}}}$$

$$\frac{2\cancel{L}\sqrt{6}}{5\cancel{c}} = \frac{3\cancel{L}}{\cancel{c}\frac{\sqrt{8}}{3}}$$

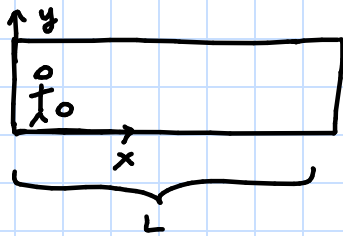
$$\frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{9}{\sqrt{8}} \Rightarrow \text{---X---}$$

Lo que indica que los tiempos no están relacionados con γ , ya que γ relaciona los tiempos y longitudes según una velocidad común, en este ejercicio el observador percibe una velocidad aumentada de la pelota gracias a la velocidad del tren, mientras que en el mismo tren esta velocidad no es considerada, esto demuestra la relatividad de simultaneidad de eventos.

Examen Física Moderna

1) Un tren con largo propio L se mueve con vel $c/2$ respecto del suelo en dirección del eje x . Una pelota es lanzada desde la parte trasera hacia la parte delantera del tren con una vel $c/3$, con respecto al tren en la misma dirección de su mov.

i) ¿Cuanto tiempo demora la pelota en llegar a la parte delantera del tren y qué distancia recorre en el sistema de ref. del tren?



$$t = \frac{d}{v}$$

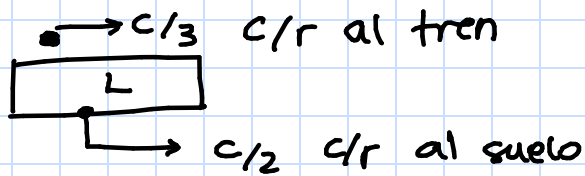
$$t = \frac{L}{\frac{c}{3}} \Rightarrow t = \frac{3L}{c}$$

$$t = \frac{3L}{c}$$

ii) ¿Cuanto tiempo demora la pelota en llegar a la parte delantera del tren y qué diferencia recorre en el sist. de ref del suelo?

$$\Delta t = \gamma t$$

$$\Delta t = \frac{3L}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{3}\right)^2 \frac{1}{c^2}}}$$

P1)

- i) tiempo y distancia en el sistema de referencia del tren

La distancia será L respecto al tren

$$\Rightarrow t = \frac{d}{v} \Rightarrow t = \frac{L}{c/3} = \boxed{\frac{3L}{c} = t}$$

- ii) Primero veremos la longitud respecto al suelo

$$L_0 = \frac{L}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{3/4}}$$

Diagram showing a circle with radius $\frac{c}{4}$ and a point on the circle moving to the right with speed $\frac{c}{4}$. The text "c/r al tren" is next to the arrow.

$$L_0 = L \sqrt{3/4}$$

Calcularemos el tiempo $\Delta t = \Delta t_0(\gamma) \rightarrow$ con gamma dependiente de $c/3$

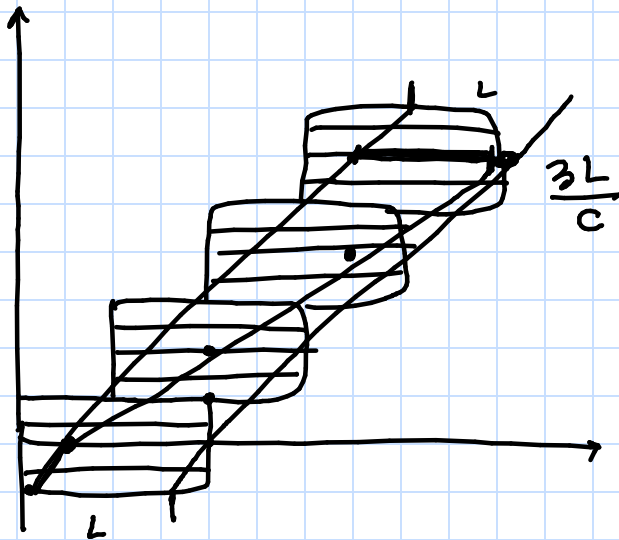
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\Delta t = \underbrace{\left(\frac{3L}{c} \right)}_{\text{dist}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{9L}{2\sqrt{2}c} \right)$$

- iii) Con respecto al sistema de referencia de la pelota su velocidad es 0 pues para él está en reposo y la distancia también.
- iv) Porque en este caso en el forman respecto a sistemas donde su velocidad es cte.

P1

$L = \text{largo del tren}$



$$v_1 x_1 = v_2 x_2$$

$$\frac{c}{2} = \frac{c}{3}$$

$L = \text{largo del tren}$

$$\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_T = \frac{c}{2} \left[\frac{m}{s} \right]$$

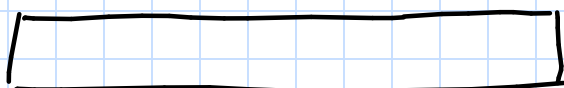
$$v_P = \frac{c}{3} \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$\alpha' = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

	V	D
R ₁	$\frac{3L}{c} \left[\frac{m}{s} \right]$	$L \left[m \right]$
R ₂	$\frac{9\sqrt{2}L}{4c} \left[\frac{m}{s} \right]$	$\frac{3\sqrt{2}L}{4} \left[m \right]$
R ₃	$\frac{3L}{c} \left[\frac{m}{s} \right]$	$0 \left[m \right]$

R₄ ?

P1

$L_0 = L \rightarrow$ Cuanto mide para el espectador con el tren quieto

$$\frac{c}{2} = \vec{v} \text{ c/r suelo} \quad \frac{c}{3} = \vec{v} \text{ c/r tren}$$

i) La pelota va a recorrer a $\frac{c}{3}$ la longitud del tren cuando se mueve o sea mas chica

Esto es lo que mide el tren según el tren

$$L_m = \frac{L_0}{\gamma} = L \sqrt{1 - \frac{c^2}{4c^2}} = L \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = L \sqrt{\frac{3}{4}}$$

y se va a demorar en recorrer eso

$$\Delta t_p = \frac{L_m}{c/3} = L \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \frac{3}{c}$$

porque el tren va a medir menos al moverse c/r a si mismo la longitud c/r al suelo es distinta a la longitud que mide el tren al moverse

ii) Para el suelo el tren se mueve a $\frac{c}{2}$ y según el "suelo" el tren mide L .

$\begin{array}{c} \text{O} \\ \swarrow \frac{c}{2} \\ \text{X} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{C/3} \\ \text{u}_x = c/3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{u}_x? \\ \text{u}_x = c/3 \end{array} \quad v = c/2 \quad u_x = \frac{c/3 + c/2}{1 + \frac{c/3}{c/2} \cdot \frac{c/2}{c}} = \frac{2c + 3c}{6} \cdot \frac{1}{3/2}$

$= \frac{5c}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{5c}{7}$

Así según el suelo la pelota recorre L a $\frac{5c}{7}$ lo que deja

$$t = L \frac{7}{5c}$$

iii) c/r a la pelota.

La pelota tiene $\vec{v} = \frac{c}{3}$ según el tren
según el tren, el tren mide $L\sqrt{\frac{3}{4}}$

para la pelota el tren va a medir

$$l_m = L\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2}{9c^2}} = L\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = L\sqrt{\frac{2}{3}}$$

y la pelota a $c/3$ se demora $t = L\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{c}$ en

recorrer esa longitud, la velocidad no cambia
ya que $\frac{c}{3}$ es la $\vec{v}$ de la pelota según el tren o

la velocidad del tren según la pelota.

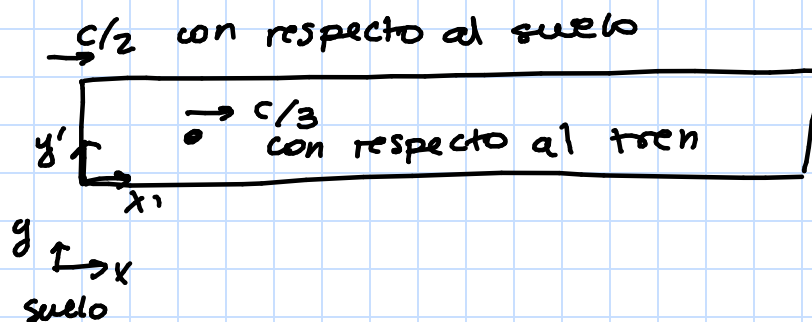
Los tiempos del tren y el suelo no están relacionados
con γ , ya que

El Δt del tren se calcula con la velocidad $c/3$
y el del suelo con $\frac{5c}{7}$

son velocidades distintas calculadas con las
transformaciones de Lorentz

lo que significa que al no coincidir las
velocidades no hay un γ en común.

21



i.- Teniendo el tren un largo propio de L , y siendo la pelota lanzada a $c/3$ con respecto a este, el tiempo que demora la pelota en llegar a la parte delantera del tren, medido por el tren, queda dado por:

$$t_T = \frac{L}{v_{PT}} = \frac{L}{c/3} = \frac{3L}{c} \Rightarrow \boxed{t_T = \frac{3L}{c}} \text{ siendo Distancia recorrida} = L$$

velocidad
pelota c/r tren

ii.- Tenemos que con respecto al tren, la pelota recorre una distancia L y tarda un tiempo t_T , y este a su vez se mueve a $\frac{c}{2}$ con respecto al suelo; Luego, el tiempo que tarda en llegar a la parte delantera del tren, medido por el suelo, queda dado por:

$$t_S = t_T \cdot \gamma' = \frac{t_T}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.5c}{c}\right)^2}} = \frac{t_T}{\sqrt{0.75}} \Rightarrow \boxed{t_S = \frac{t_T}{\sqrt{0.75}}} = \frac{3L}{\sqrt{0.75}c} \quad t_S > t_T$$

Y la longitud medida desde el suelo; está dada por:

$$L = \frac{L_S}{\gamma} \Rightarrow \boxed{L_S = L \gamma' = \frac{L}{\sqrt{0.75}}} \quad \boxed{L_S > L}$$

iii.- La pelota se mueve a $c/3$ con respecto al tren, luego la longitud medida por la pelota (recorrida); está dada por:

$$L_P = \frac{L}{\gamma} = L \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{c/3}{c}\right)^2} = L \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = L \sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow L_P = L \sqrt{8/9}$$

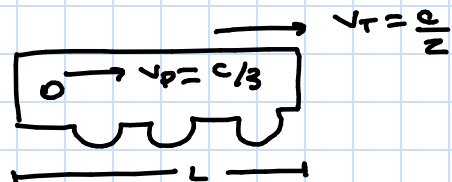
$$\boxed{L > L_P} \\ \boxed{t_T > t_P}$$

Luego, el tiempo que tarda la pelota: $t_P = \frac{L_P}{c/3} = \frac{3L_P}{c} = \frac{3L \cdot 2\sqrt{2}}{c \cdot 3} = \frac{L \cdot 2\sqrt{2}}{c}$

$$t_P < t_T < t_S \\ L_P < L < L_S$$

P11

Estudiante N°7



i) La pelota en el sistema de referencia del tren, debe recorrer L , de manera que al conocer su velocidad relativa al tren, el tiempo está dado por:

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t_T = \frac{L}{c/3} = \frac{3L}{c}$$

ii) Para conocer la velocidad de la pelota respecto al suelo

$$\Rightarrow v_s = \frac{v_T + v_P}{1 + \frac{v_T v_P}{c^2}} = \frac{\frac{c}{2} + \frac{c}{3}}{1 + \frac{c^2/6}{c^2}} = \frac{5c/6}{1 + 1/6} = \frac{5c/6}{7/6} = \frac{5c}{7}$$

Tal que ya no recorre la misma distancia que en i), sino que hay contracción de la longitud

$$\Rightarrow L = l \sqrt{1 - \frac{(c/2)^2}{c^2}} \Rightarrow l = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{2L}{\sqrt{3}} = 1,15L \rightarrow \text{recorre } 1,15L$$

$$\text{y el tiempo está dado por } t_s = \frac{1,15L}{5c/7} = \frac{1,61L}{c}$$

iii) Por la dilatación del tiempo

$$\frac{3L}{c} = \frac{t_P}{\sqrt{1 - \left(\frac{c/3}{c}\right)^2}} \Rightarrow t_P = \frac{3L}{c} \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{3L\sqrt{8}}{c\sqrt{9}} = 2,8 \frac{L}{c}$$

y por contracción de la longitud

$$L = l_P \sqrt{1 - \left(\frac{c/3}{c}\right)^2} \Rightarrow l_P = \frac{L}{\sqrt{8/9}} = \frac{3L}{\sqrt{8}} = 0,94L$$

iv) t_P y t_T , no están relacionados por el factor γ ya que para ambos este es distinto, debido a que la pelota se mueve con distintas velocidades relativas respecto a cada uno.

P1 Tren largo L $v = c/2$
 Pelota $v = c/3$

i) Para la pelota es como si el tren estuviera quieto y solo se moviera ella. Como apreciamos, este mov. desde la perspectiva del tren nos queda que la distancia que recorre es L y se demora

$$\tau = \frac{3L}{c}$$

ii) Para el suelo lo que se demora en llegar a la delantera es lo mismo que en i) pero lo que recorre será igual a lo que recorra el tren en ese tiempo:

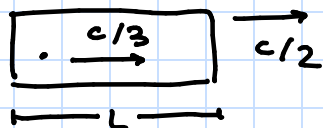
$$\frac{c}{2} = \frac{x}{\frac{3L}{c}} \Rightarrow \frac{3L}{2} = x$$

iii) si lo vemos desde la pelota vemos que existe dilatación del tiempo y contracción de longitud

$$\frac{3L}{c} = \frac{x}{\sqrt{1 - \left(\frac{c/3}{c}\right)^2}} \Rightarrow \frac{3L}{c} = \frac{x}{\frac{\sqrt{8}}{3}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{8}L}{c} \quad \leftarrow \text{tiempo}$$

$$x' = L \sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow x' = \frac{2\sqrt{2}L}{3} \quad \leftarrow \text{longitud}$$

iv) Vemos que en i) y ii) no se aplica el factor γ ya que nos estamos situando en un sistema de referencia que no está en movimiento por lo que las ecuaciones que ocupamos son las clásicas y no las de relatividad.



i) Cuanto tarda la pelota en llegar a la parte delantera del tren y distancia que recorre con respecto al sistema tren?

Todo lo que se pide es en el sistema de referencia del tren

⇒ tomamos el tren como eje estático, ya que no se mueve con respecto al mismo tren

$v = c/3$ con respecto al tren

$$\Rightarrow d = vt$$

$$L = \frac{c}{3} t$$

$$\frac{3L}{c} = t$$

tarda $\frac{3L}{c}$ segundos en llegar a la parte delantera

Recorre L ya que se mide con respecto al tren

ii) Cuanto tarda y que distancia recorre con respecto al suelo?

Partimos sacando la distancia del tren con respecto al suelo

$$L' = L \sqrt{1 - (0,5)^2}$$

$$= L \sqrt{0,75}$$

$$= L \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$L' = \frac{L\sqrt{3}}{2}$$

Luego vemos cuanto tarda la pelotita que se mueve con $\frac{c}{3} + \frac{c}{2} = \frac{5c}{6}$ con respecto al suelo en recorrer la distancia del tren que se mueve con $c/2$ con respecto al suelo: usamos

$$d = \frac{L\sqrt{3}}{2} + \frac{c}{2} t$$

$$\Leftrightarrow \frac{L\sqrt{3}}{2} + \frac{c}{2} t = \frac{5ct}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{L\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{5c}{6} - \frac{c}{2}\right) t$$

$$\Leftrightarrow \frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{2c}{6} t$$

$$\Leftrightarrow \frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{3} t$$

$$\Leftrightarrow \frac{3L\sqrt{3}}{2c} = t$$

$$d = \frac{5c}{6} t$$

$$d = \frac{5c}{6} \cdot \frac{3L\sqrt{3}}{2c}$$

$$= \frac{5L\sqrt{3}}{4}$$

Entonces, medida desde el suelo, la pelota tarda $\frac{3L\sqrt{3}}{2c}$ s, y recorre $\frac{5L\sqrt{3}}{4}$

de distancia.

iii) tiempo y distancia con la pelota como sistema de referencia

con respecto a la pelota (con la pelota estática)

velocidad del suelo: $\frac{5c}{6}$

velocidad del tren: $\frac{c}{3}$

$$\begin{aligned}\text{Largo del tren para la pelota: } L' &= L \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} \\ &= L \sqrt{1 - \frac{1}{25}} \\ &= L \sqrt{\frac{24}{25}} \\ &= \frac{2L\sqrt{6}}{5}\end{aligned}$$

entonces para sacar el tiempo tenemos la pelota en reposo, y el extremo del tren a $\frac{2L\sqrt{6}}{5}$, acercándose a la pelota con $c/5$

$$\begin{aligned}d &= vt \\ \Leftrightarrow \frac{2L\sqrt{6}}{5} &= \frac{c}{5} t\end{aligned}$$

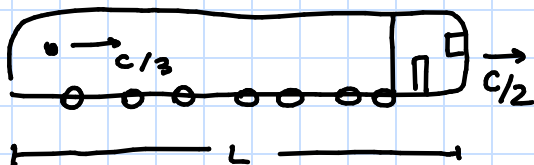
para la pelota, recorrer el tren tarda $\frac{2L\sqrt{6}}{c}$ s, y recorre $\frac{2L\sqrt{6}}{5}$ de distancia

$$\text{iv) tiempo tren} = \frac{3L}{c}, \text{ tiempo suelo} = \frac{3L\sqrt{3}}{2c}$$

la relación entre los dos sistemas es $\frac{\sqrt{3}}{2}$, no γ , esto dado que la diferencia de los largos percibidos desde los sistemas también se relacionan por $\frac{\sqrt{3}}{2}$; esto quiere decir que en cada caso, la relación tiempo-distancia es de 1:1, esto coincide con que la velocidad de la partícula es proporcional al respectivo sistema del cual se habla. Entonces no se relaciona directamente con γ , porque se relaciona directamente con la distancia percibida (que si se relaciona entre si por γ)

P11

Estudiante N° 10



i) Tiempo que demora la pelota en llegar a la parte delantera del tren y distancia recorrida.

Al tomar el tren como nuestro sistema de referencia sabemos que este sigue midiendo L metros y la velocidad de la pelota es $c/3$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{v} \Rightarrow t = \frac{L \text{ m}}{c/3 \text{ m/s}} = \boxed{\frac{3L}{c} \text{ s} = 10^{-8} L \text{ s}} \quad \text{Tren}$$

$d=L$ El tiempo que la pelota demora en llegar de la parte trasera a la delantera es $\frac{3L}{c}$ segundos y recorre L metros.

ii) Tiempo que demora la pelota en llegar a la parte trasera del tren y distancia que recorre en sistema de referencia del suelo.

Ahora la longitud que se verá del tren es distinta y la obtenemos usando "contracción longitud"

Además la velocidad de la pelota y del plan van en la misma dirección, es decir, la velocidad en este caso es:

$$\frac{c}{3} + \frac{c}{2} = \frac{2c+3c}{6} = \frac{5c}{6} \quad \text{suelo}$$

$v_{\text{pelota}} + v_{\text{tren}}$

$$\begin{aligned} l &= L \sqrt{1 - \left(\frac{5c/6}{c}\right)^2} \\ l &= L \sqrt{1 - \frac{25}{36}} \\ l &= L \sqrt{11/36} \\ l &= L \sqrt{11}/6 \text{ m} \end{aligned}$$

$0,552 L \text{ m}$
distancia

Luego de tener la nueva longitud y velocidad, calculamos el tiempo:

Como el tren va en movimiento se ve más pequeño con respecto al suelo

$$\begin{aligned} t &= \frac{d}{v} \Rightarrow t = \frac{0,55L \text{ m}}{5c/6 \text{ m/s}} = \frac{3,312 L}{5c} \text{ s} \\ &= \boxed{2,2 \times 10^{-9} L \text{ segundos} = t} \end{aligned}$$

Es decir, como el tren va en movimiento, alguien que está en el suelo, ve que la pelota llega más rápido de un extremo a otro.

iii) Tiempo que demora la pelota en llevar a la parte delantera y distancia que recorre en el sistema de referencia de la pelota

$$\Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{0,942 L}{c/3 \text{ m/s}} = \frac{2,828 L}{c}$$

$$= \boxed{9,4 \times 10^{-9} L \text{ segundos} = t}$$

Pelota

$$l_{\text{pelota}} = L \sqrt{1 - \frac{c^2/3^2}{c^2}}$$

$$l_{\text{pelota}} = L \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$$

$$l_{\text{pelota}} = L \sqrt{8/9}$$

$$\boxed{l_{\text{pelota}} = 0,942 L}$$

distancia