MA2002 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Pavlito Araya
Auxiliar: Vicho Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.**u**chile.cl

Auxiliar 11: Transfomada de Fourier

20 de enero de 2025

P1. Calcule las transformadas de Fourier de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} e^{-2x} & \text{si } x \geq 0 \\ e^{5x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ *b*) $\dfrac{1}{x^2 + 6x + 13}$ *c*) $xe^{-3x}1_{x\geq 0}$

P2. Sea $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |x| > 1 \end{cases}$

a) Calcule la transformada de Fourier de f

b) Encuentre una función g tal que $\hat{g}(\xi) = \hat{f}(\xi)e^{-\xi^2}$, puede dejarla expresada como una integral .

P3. Considere la EDO

$$y'' - y = e^{-ax}1_{x\geq 0}$$

Para $a > 0$, encuentre la solución en su forma integral sin dejar términos en función de sus transformadas.

Resumen

Recuerden que la transformada es lineal

1. $\hat{f}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-isx} f(x)dx$
2. $\check{g}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{isx} g(s)ds$
3. $\widehat{f'}(s) = is\widehat{f}(s)$
4. $\widehat{f^{(k)}}(s) = (is)^k \widehat{f}(s)$
5. $g'(x) = -ix\check{g}(x)$
6. $g^{(k)}(x) = (-ix)^k \check{g}(x)$
7. $f * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)g(x-s)ds$
8. $\widehat{f * g}(s) = \sqrt{2\pi}\hat{f}(s)\hat{g}(s)$
9. $f\widehat{(x - x_0)}(s) = e^{-isx_0}\hat{f}(s)$
10. $\widehat{e^{is_0x}f(x)}(s) = \hat{f}(s - s_0)$
11. $\widehat{f(ax)}(s) = \frac{1}{|a|}\hat{f}\left(\frac{s}{a}\right)$
12. $\widehat{f(-x)}(s) = \hat{f}(-s)$

	$f(x)$	$\widehat{f}(s)$
1	$\begin{cases} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{1 + is}$
2	$e^{-ax^2}, \ a > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\frac{s^2}{4a}}$
3	$e^{-a\|x\|}, \ a > 0$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{a^2 + s^2}$
4	$\frac{1}{a^2 + x^2}, \ a > 0$	$\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{-1} \frac{1}{a} e^{-a\|s\|}$
5	$\begin{cases} k & \|x\| \leq b \\ 0 & \|x\| > b \end{cases}$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} k \frac{\operatorname{sen}(bs)}{s}$