

MA2001-1 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Javier Ramírez Ganga.**Auxiliar:** Anaís Muñoz P.**Auxiliar 10:Pre Control 3!**

17 de enero 2025

P1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 que verifica la siguiente EDP:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)$$

Sea $h(u, v) = f(u + v, v)$.Demuestre que h verifica la EDP:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial u^2} = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^2 h}{\partial v^2}$$

P2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 con

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1, 1) = 1 \quad \text{y} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 1) = 0.$$

Considere $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(r, \theta) := f(r \cos \theta, r \sin \theta)$. Calcule

$$\frac{\partial^2 g}{\partial \theta \partial r}(\sqrt{2}, \pi/4).$$

P3. Hallar las dimensiones de la caja de mayor volumen que esté contenida en la región limitada por los tres planos coordenados positivos y por el plano dado por $\{(x, y, z) : ax + by + cz = 1 \text{ para } a, b, c > 0\}$. Conociendo que la caja tiene 3 de sus caras apoyadas en cada uno de los planos coordenados y el vértice que no pertenece a ninguno de estos 3 caras está en el conjunto antes mencionado.**P4.** Se define la región S como aquella limitada por la recta $y = x - 1$ y la parábola $y^2 = 2x + 6$. Calcule:

$$\iint_S y \, dx \, dy$$

P5. Considere la integral iterada:

$$I = \int_0^{8\sqrt{\pi}} \left(\int_{x/8}^{\sqrt{\pi}} \cos^2(y^2) \, dy \right) dx$$

- (i) Identifique una función continua $\psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y una región $R_2 \subseteq \mathbb{R}^2$ de modo que $I = \iint_{R_2} \psi(x, y) \, dA$. Esboce la región R_2 .
- (ii) Calcule el valor de I .

P6. Considere la siguiente integral:

$$I = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^{3-\sqrt{\frac{y}{2}}} dx \, dy + \int_1^2 \int_{\frac{y+2}{3}}^{3-\sqrt{\frac{y}{2}}} dx \, dy + \int_2^4 \int_{\frac{y+2}{3}}^2 dx \, dy$$

- (a) Dibuje el dominio de integración.
- (b) Invierta el orden de integración y calcule la integral.
- (c) Calcule la integral como se planteó inicialmente y compare con su resultado anterior.