

MA2001-1 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Javier Ramírez Ganga.**Auxiliar:** Anaís Muñoz P.**Capsula 14: Integracion v3 (Fubini).**

15 de enero 2025

P1. Calcule las integrales:

(a)

$$\int_0^1 \int_z^1 \int_y^1 e^{x^3} dx dy dz$$

(b)

$$\int_0^2 (\arctan(\pi x) - \arctan(x)) dx$$

Hint: Recuerde para (b) que

$$\arctan(z) = \int \frac{1}{z^2 + 1} dz.$$

Resumen

- **[Corolario de Fubini]** Sea $R_1 \subseteq \mathbb{R}^d$ y $R_2 \subseteq \mathbb{R}^p$ dos rectángulos cerrados, y sea $f : R_1 \times R_2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Entonces:

$$\begin{aligned} \int_{R_1 \times R_2} f &= \int_{R_1} \left(\int_{R_2} f(x, y) dy \right) dx \\ &= \int_{R_2} \left(\int_{R_1} f(x, y) dx \right) dy \end{aligned}$$

- **[Extensión a múltiples variables]** Si $R := I_1 \times \cdots \times I_d$ es un rectángulo cerrado formado por intervalos I_j , y si f es continua en R , entonces:

$$\int_R f = \int_{I_1} \int_{I_2} \cdots \int_{I_d} f(x_1, x_2, \dots, x_d) dx_1 dx_2 \cdots dx_d$$