

MA2001-1 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Javier Ramírez Ganga.**Auxiliar:** Anaís Muñoz P.**Capsula 13: Integracion v2 (Fubini).**

15 de enero 2025

P1. Calcule las siguientes integrales múltiples:

(a)

$$\int_0^{\pi/2} \int_{-1}^1 (x \sin(y) - ye^x) dx dy$$

(b)

$$\int_0^1 \int_y^1 (x - y) \sin(x^3) dx dy$$

(c)

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_{x^2}^{\pi} \frac{\sin(y)}{\sqrt{y}} dy dx$$

Resumen

- **[Corolario de Fubini]** Sea $R_1 \subseteq \mathbb{R}^d$ y $R_2 \subseteq \mathbb{R}^p$ dos rectángulos cerrados, y sea $f : R_1 \times R_2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Entonces:

$$\begin{aligned} \int_{R_1 \times R_2} f &= \int_{R_1} \left(\int_{R_2} f(x, y) dy \right) dx \\ &= \int_{R_2} \left(\int_{R_1} f(x, y) dx \right) dy \end{aligned}$$

- **[Extensión a múltiples variables]** Si $R := I_1 \times \cdots \times I_d$ es un rectángulo cerrado formado por intervalos I_j , y si f es continua en R , entonces:

$$\int_R f = \int_{I_1} \int_{I_2} \cdots \int_{I_d} f(x_1, x_2, \dots, x_d) dx_1 dx_2 \cdots dx_d$$