MA2001-1 Cálculo en Varias Variables
Profesor: Javier Ramírez Ganga.
Auxiliar: Anaís Muñoz P.

Capsula 11: Optimizacion.

15 de enero 2025

P1. Calcule los extremos de la funcion:

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

Sobre la region:

$$A = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\right\}$$

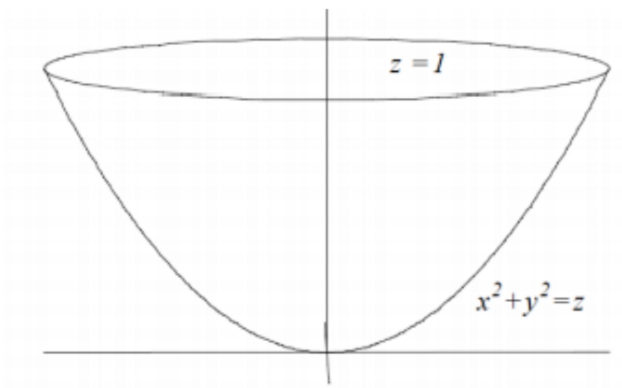

Figura 1: Visualizando

Resumen

- **[Minimos y maximos en funciones continuas]**
Toda función continua f definida sobre un compacto A de $\mathbb{R}^d$ y a valores reales alcanza su mínimo y máximo en A.

- **[Punto critico]** Un punto $x_0 \in A$ para el cual f es diferenciable y además

$$\nabla f(x_0) = 0 \tag{1}$$

se denomina *punto crítico* de f.

- **[Test de la segunda derivada]** Sea $f : A \subseteq \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ de clase C^2 en A abierto, y $x_0 \in A$ un punto crítico de f. Si $f''(x_0)$ es definida positiva (negativa), entonces x_0 es un mínimo local (máximo local) de f.

- **[Lagrange]**
Sean $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ funciones de clase C^1 en $\mathbb{R}^d$. Sea S el conjunto de restricciones definidas por g, es decir,

$$S := \{x \in \mathbb{R}^d \mid g(x) = 0\}.$$

Supongamos además que x_0 es un mínimo (máximo) local para f en S, y que $\nabla g(x_0) \neq 0$. Entonces existe $\lambda_0 \in \mathbb{R}$ tal que

$$\nabla f(x_0) = \lambda_0 \nabla g(x_0). \tag{3.113}$$

Al escalar λ_0 se le denomina *multiplicador de Lagrange*.