**MA2001-1 Cálculo en Varias Variables**
**Profesor:** Javier Ramírez Ganga.
**Auxiliar:** Anaís Muñoz P.

# Capsula 3: Sucesiones.

28 de diciembre 2024

**P1.** Estudie la convergencia de las siguientes sucesiones:

(a) $(x_n, y_n) = \left(\dfrac{e^{\frac{1}{2n}} - 1}{2n}, (2n+1)\sin\left(\dfrac{1}{3n}\right)\right).$

(b) $(x_n, y_n, z_n) = \left(\dfrac{2n^2 + (-1)^n}{3n^2}, ne^{-n}\sin\left(\dfrac{1}{n}\right),\ 5e^{-n}\sqrt[n]{n+1}\right).$

**Resumen**

- [**Sucesiones**] Se define como sucesión en $\mathbb{R}^n$ a una función f: $\mathbb{N} \to \mathbb{R}^n$ denotada por $f(n) = X_n$ o bien $(X_n)$.
- [**Sucesion Acotada**] Una sucesión será **acotada** si existe M>0 tal que:
$$\|X_n\| \leq M; \forall n \in \mathbb{N}$$
- [**Convergencia de Sucesiones**] Se dirá que una sucesión $X_n$ converge a $X_0$ si:
$$\lim_{n\to\infty} X_n = X_0$$
- [**Linealidad en sucesiones**] Sea $X_n \to X_0$ e $Y_n \to Y_0$ con $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$, las sucesiones respetan la linealidad, es decir, se tendra:
$$\lambda X_n + \beta Y_n \to \lambda X_0 + \beta Y_0$$

**Notar que:** Toda sucesión convergente es acotada.

- [**Subsucesión**]**:** dado $X_n$ una subsucesión en $\mathbb{R}^n$ y $\alpha : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una función creciente,se tendrá que $(X_\alpha(n))$ será una subsucesión de $X_n$
- [**Sucesiones de Cauchy**] Se define como sucesión de Cauchy si para cualquier $\varepsilon > 0$:
$$\exists N_0 \in \mathbb{N}; N, M \geq N_0; \|X_n - X_m\| < \varepsilon$$
- [**Teorema de Bolzano-Weierstrass**] Toda sucesión $x_n \in \mathbb{R}^n$ acotada posee al menos una subsucesión convergente.