MA2001-1 Cálculo en Varias Variables
Profesor: Javier Ramírez Ganga.
Auxiliar: Anaís Muñoz P.

Auxiliar 1: Diferencial (y holi <3).

16 de noviembre 2024.

P1. Dado $n \in \mathbb{N}$, se define la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

a) Demuestre que f es derivable en $\bar{x} = 0$

b) Demuestre que f' es continua en $\bar{x} = 0$

P2. En un cuadrado de lado $2a$ se inscriben dos circunferencias de radio r_1 y r_2, centradas en la diagonal del cuadrado, tangentes entre sí y ambas tangentes al cuadrado.

a) Encuentre una relación entre r_1 y r_2.

b) Determine los valores de r_1 y r_2 de modo que la suma de las áreas de los círculos sea máxima.

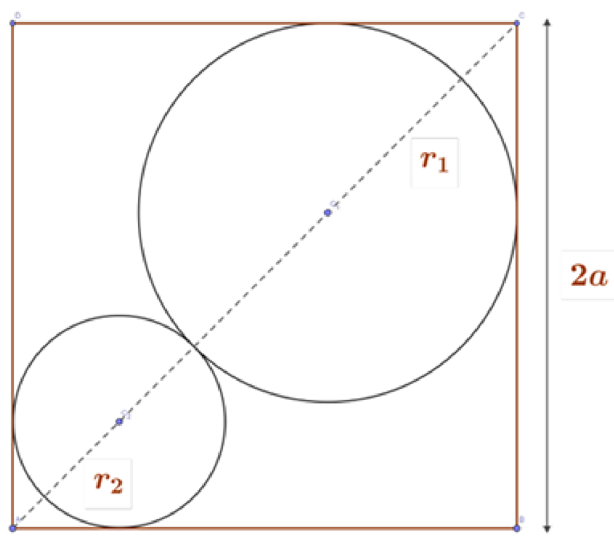

Figura 1: Imagen referencia

P3. Calcule las siguientes primitivas:

a) $\displaystyle\int \frac{1}{x + 2\sqrt{1-x} + 2}\,dx$

b) $\displaystyle\int \sqrt{1-e^x}\,dx$

c) $\displaystyle\int \arctan(x)\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{1}{1+\cos(x)+\sin(x)}\,dx$

e) $\displaystyle\int \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$

P4. Considere la función $f(x) = 2x - x^2$ y la región $\mathcal{R}$ definida por

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0,\ 0 \leq y \leq f(x)\}$$

Determine el punto $P = (x_0, f(x_0))$ sobre el gráfico de $f(x)$ de modo que la recta que une el origen con P divida el área de la región $\mathcal{R}$ en dos partes iguales.

P5. Sea $\mathcal{R}$ la región delimitada por las siguientes curvas

$$xy = 8; \quad y = x^2; \quad x = 6$$

a) Calcule el área de la región $\mathcal{R}$.

b) Calcule el volumen de revolución de $\mathcal{R}$ en torno al eje OX.