Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA-1002 – Cálculo Diferencial e Integral

Auxiliar 9: Cálculo de áreas

Profesor: Juan José Maulen
Auxiliar: Iñaki Escobar Cano

P1. Considere la función $f(x) = 2x - x^2$ y la región R definida por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

Determine el punto $P = (x_0, f(x_0))$ sobre el gráfico de $f(x)$ de modo que la recta que une el origen con P divida el área de la región R en dos partes iguales.

P2. Considere las funciones $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ y $g : [0, 4] \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 2\sqrt{4 - x}$ y $g(x) = x - 1$. Sea R la región del primer cuadrante encerrada bajo ambas funciones, es decir:

$$R = \{(x, y) \mid x \in [1, 4], 0 \leq y \leq \min\{f(x), g(x)\}\}$$

como muestra la Figura.

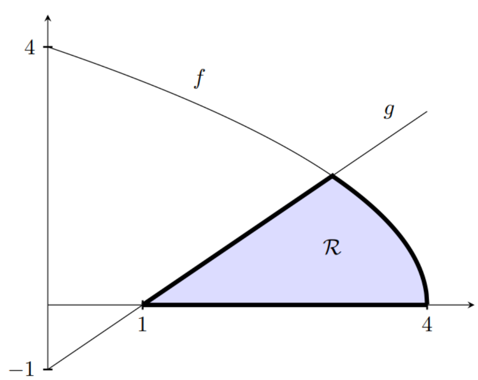

Figura 3: Esquema de la región $\mathcal{R}$.

Figura 1

Calcule el área de R.

P3. Considere la región R en el primer cuadrante, acotada por la izquierda por el eje vertical, por abajo por la curva $x = 2\sqrt{y}$, arriba a la izquierda por la curva $x = (y - 1)^2$ (con $y \geq 1$), y arriba a la derecha por $x = 3 - y$ (vea la Figura 2). Calcule el área de la región R.

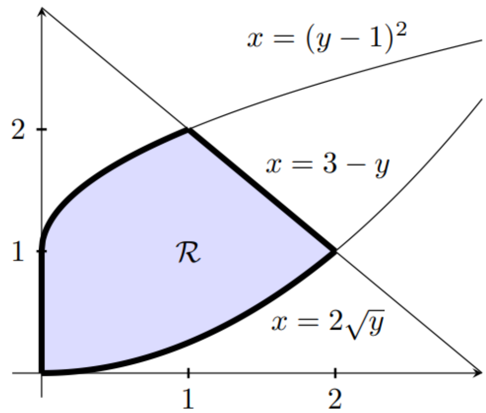

Figura 2: Caption

P4. Dada $f(x) = 2x - 3x^3$, determinar la altura de una recta horizontal h para que las áreas de A y B de la figura sean iguales.

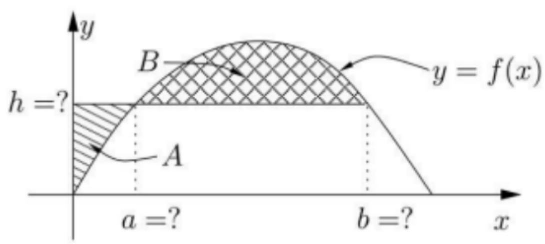

Figura 3: Caption