Auxiliar 3: Derivadas

Profesor: Juan José Maulen
Auxiliar: Iñaki Escobar Cano

P1. Considere la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x+a} & si \quad x < a \\ 2x - e^{x-a} & si \quad x \geq a \end{cases}$$

donde $a \in \mathbf{R}$. Estudie la deravilidad de f para los distintos valores de a.

P2. Demuestre que

$$2f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$$

P3. Considere las funciones $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivables y que satisfacen:

- $\forall x \in \mathbf{R}\ g(x) = xf(x) + 1$
- $\forall x, y \in \mathbf{R}\ g(x+y) = g(x)g(y)$
- $f(0) = 1$

Muestre que $\forall x \in \mathbf{R}\ g'(x) = g(x)$. Muestre además que para todo $n \in \mathbf{N}$

$$g(x) = xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x)$$

donde $f^{(n)}(x)$ es la derivada de f iteradana n veces.

P4. Una compañía vende máquinas para realizar moños de regalo, a P pesos cada una, la función de demanda de estas máquinas está dada por:

$$P(q) = 300 - 0,02q$$

El costo de producción de cada máquina está dado por \$30 cada una y la compañía tiene un costo fijo de \$ 9000 pesos al año.
Hallar la cantidad de máquinas que debe producir la compañía para maximizar las ganancias en un año.

Resumen

Derivada: Diremos que una función $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ es derivable en el punto $x \in (a,b)$, si existe el límite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Si f es derivable en x, entonces f es continua en x.

Si $x \in (a,b)$ es mínimo local o máximo local de una función derivable $f : (a,b) \to \mathbb{R}$, entonces $f'(x) = 0$.