

Auxiliar 2: Axiomas de Orden y Geometría Analítica

Profesora: Jessica Trespalcios J.
Auxiliar: Ignacio Dagach Abugattas

P1. Para comenzar

a) Resuelva la inecuación $\frac{|x+1| - 2x}{x^2 + 1} \leq 1$

b) Determine el conjunto solución de la inecuación $\frac{x^2 - 5x + 6}{|x^2 - x - 6|} \leq 0$

c) Demuestre que $\forall x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \geq \sqrt{3}xy$

Hint: Utilice completación de cuadrados

P2. Verdadero o Falso (Axiomas de Orden)

a) Demuestre que $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0, x^2 + \frac{2}{x} \geq 3$

Hint: Analice el producto $(x-1)^2(x+2)$

En base a lo demostrado anteriormente, determine el valor de verdad de los siguientes enunciados

b) Si x pertenece al conjunto solución de la ecuación $(x-1)^2(x+2) \geq 0$, entonces x satisface las hipótesis de P2.a), y además pertenece al conjunto solución de la ecuación vista en P2.a)

c) El conjunto solución de $|x|^2 + \frac{2}{|x|} \geq 3$ es el $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

P3. Matraca (pequeña)

Considere $a > 0$. Hallar el lugar geométrico de los puntos cuya distancia al punto $(2a, 0)$ es igual al doble de su distancia del punto $(-a, 0)$.

P4. Matraca

Considere el triángulo ABP tal que, los puntos $A = (x_a, y_a)$ y $B = (x_b, y_b)$ están sobre la recta $y = c \in \mathbb{R}$. Además, las primeras coordenadas de los puntos A y B (coordenadas en el eje x) están relacionadas de la siguiente forma:

$$x_b = -3x_a.$$

Si el triángulo ABP es un triángulo rectángulo en P , es decir, la recta \overrightarrow{PA} es perpendicular a la recta \overrightarrow{PB} :

- Plantee una ecuación para el lugar geométrico descrito por el punto $P = (x, y)$ en función de c y x_a .
- Con la información obtenida en el inciso a), identificar el lugar geométrico indicando todos los parámetros importantes (pendiente, centro, radio, semiejes, excentricidad, focos, directrices, asíntotas, etc., según corresponda).
- Si tomamos $x_a = 2$ y $c = 1$, muestre un dibujo del lugar geométrico correspondiente, indicando los elementos básicos del mismo (parámetros importantes).

P5. Matraca (grande)

Un punto $P = (\alpha, \beta)$ del primer cuadrante del plano se une con los puntos $A = (0, b)$ y $B = (0, -b)$ del eje OY (donde $b > 0$).

Se sabe que las rectas L_{PA} y L_{PB} cortan al eje OX en ciertos puntos $Q = (x_Q, 0)$ y $R = (x_R, 0)$, respectivamente.

Si además se sabe que

$$x_R \cdot x_Q = a^2 \quad (\text{donde } a > b),$$

determine el lugar geométrico que recorre el punto P .

Identifique el lugar geométrico encontrado indicando todos los parámetros importantes (pendiente, centro, radio, semiejes, excentricidad, focos, directrices, asíntotas, etc., según corresponda).

Hint: Primero determine las coordenadas x_Q y x_R de Q y R en términos de α , β y b

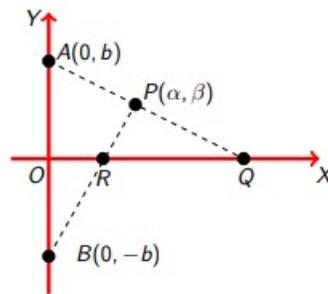


Figura 1: Feliz Navidad y Feliz Año Nuevo c: