HOW TO: LA BUENA FORMA DE LAS DEMOSTRACIONES

PASO 0:

DEMOSTRACIONES DEL estilo:

(1) $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \cdot 0 = 0$

(2) $\forall x, y \in \mathbb{R}^* \quad x \cdot y^{-1} = (x^{-1} \cdot y)^{-1}$

(3) $\forall x \in \mathbb{R} \quad (-1)x = -x$

PERO SIRVE PARA todas las que se verán en el curso

PASO 1:

IDENTIFICAR un elemento conocido con propiedades de unicidad

en (1) sería el 0 (UNICIDAD DEL NEUTRO ADITIVO)

en (2) sería $(x^{-1} \cdot y)^{-1}$ (UNICIDAD DEL INVERSO MULTIPLICATIVO)

en (3) sería $-x$ (UNICIDAD DEL INVERSO ADITIVO)

PASO 2:

ESCRIBIR la ecuación asociada a la unicidad del término elegido en el PASO 1.

en (1) sería $x + 0 = x$

en (2) sería $(x^{-1} \cdot y)(x^{-1} \cdot y)^{-1} = 1$

en (3) sería $x + (-x) = 0$

IMPORTANTE NOTAR que los elementos en verde son los únicos que satisfacen estas ecuaciones

PASO 3:

REEMPLAZAR en nuestras ecuaciones del PASO 2 el término elegido por el NO elegido en el PASO 1.

en (1) sería $x + x \cdot 0 = x$

en (2) sería $(x^{-1} \cdot y) \cdot (x \cdot y^{-1}) = 1$

en (3) sería $x + (-1)x = 0$

INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO, SECCIÓN 1
VERANO 2024

-Ignacio Dagach Abugattas

PASO 4:

VERIFICAR que se cumplen las ecuaciones del PASO 3

PASO 5:

CONCLUIR. Pues si los términos NO elegidos satisfacen las ecuaciones del PASO 3, significa que: $x \cdot 0 = 0$, $x \cdot y^{-1} = (x^{-1} \cdot y)^{-1}$, $(-1)x = -x$ dado que por PASO 2 los términos elegidos son los **ÚNICOS** que satisfacen esas ecuaciones.

(si los cumplen los elegidos y los NO elegidos, por unicidad, son iguales)

Resumen del caso (3):

Como (-x) es el único real (PASO 1) que cumple que x + (-x) = 0 (PASO 2), si demostramos que x + (-1)x = 0 (PASO 3, 4 y 5), tendremos que, por unicidad del inverso aditivo (-x), (-1)x = -x, demostrando lo pedido