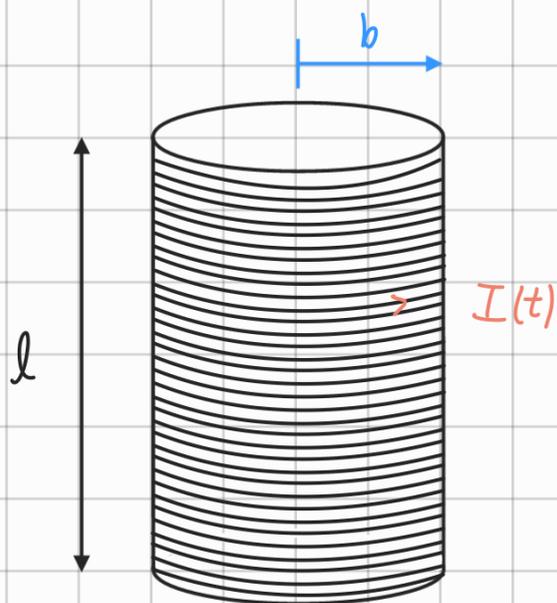
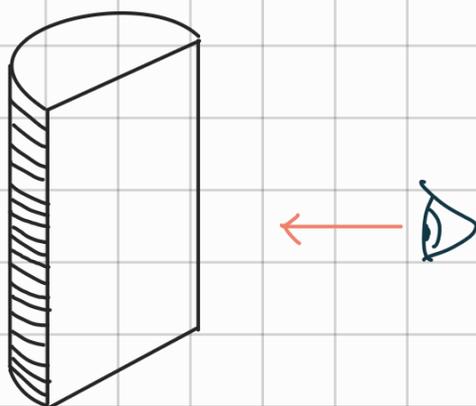


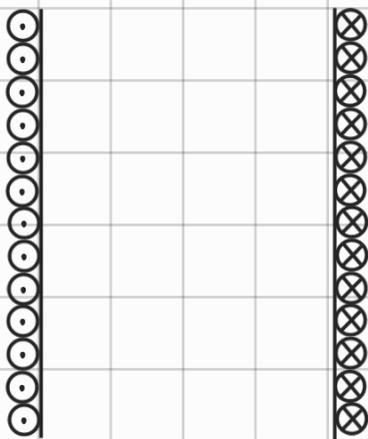
$P_7$



Veamos qué pasa dentro de la bobina

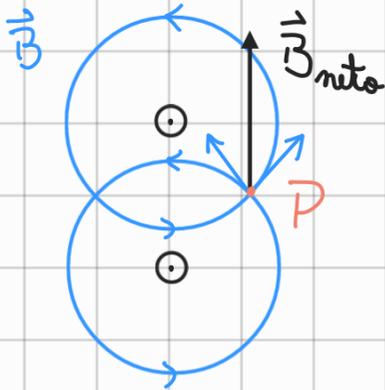


Dentro de la bobina veremos lo siguiente

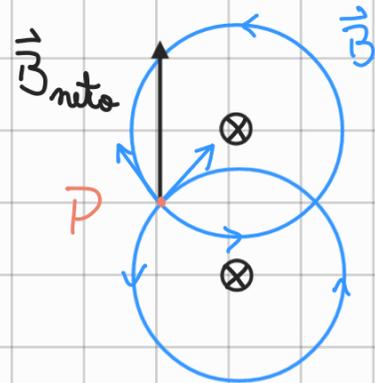


Donde los  $\odot$  representan la corriente que sale fuera de la hoja, mientras que los  $\otimes$  la corriente que entra.

Consideremos un par de cables que traen la corriente hacia afuera y como se verán los campos que estos generan en un punto P dentro del cilindro



Podemos notar que el campo neto apunta en z, y esto ocurrirá en todos los puntos del espacio dentro de la bobina, pues existen una infinita cantidad de cables. Análogamente se deduce lo mismo para los cables que llevan la corriente hacia adentro (los del lado derecho):



Con esto podemos deducir que el campo al interior de la bobina apunta únicamente en z, por otro lado, dado que esta bobina es muy larga y cilíndrica,  $\mathbf{B}$  no tendrá dependencias de  $\varphi$  ni z, es decir

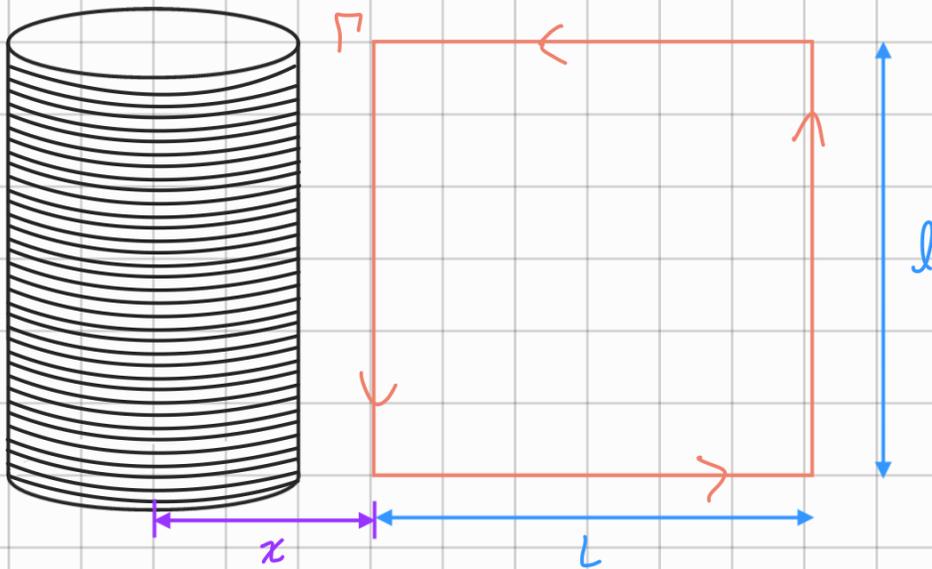
$$\vec{B} = B(r)\hat{z}$$

Fuera del cilindro se puede hacer el mismo análisis y determinar que

$$\vec{B} = B(r)(-\hat{z})$$

Usemos la Ley de Ampère para encontrar el campo fuera de la bobina.

Construyamos un camino como el de a continuación



Aplicando la forma integral de la Ley de Ampère

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enl}$$

Descomponemos el camino en sus 4 partes

$$\begin{aligned} \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_0^l B(x) (-\hat{z}) \cdot (-\hat{z}) dz + \int_x^{x+L} \cancel{B(r) (-\hat{z}) \cdot \hat{r} dr} + \int_0^l B(x+L) (-\hat{z}) \cdot \hat{z} dz + \int_x^{x+L} \cancel{B(r) (-\hat{z}) \cdot (-\hat{r}) dr} \\ &= B(x) \int_0^l dz - B(x+L) \int_0^l dz \end{aligned}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = l B(x) - l B(x+L)$$

Por otro lado, es evidente que la corriente enlazada por este camino es 0, así entonces

$$l B(x) - l B(x+L) = 0$$

Ahora uno espera que muy lejos del cilindro el campo sea igual a 0, por lo que si tendemos  $L$  a infinito tendremos

$$\lim_{L \rightarrow \infty} B(x) - \lim_{L \rightarrow \infty} B(x+\infty) = 0 \Leftrightarrow \lim_{L \rightarrow \infty} B(x) = 0 \Leftrightarrow B(x) = 0$$

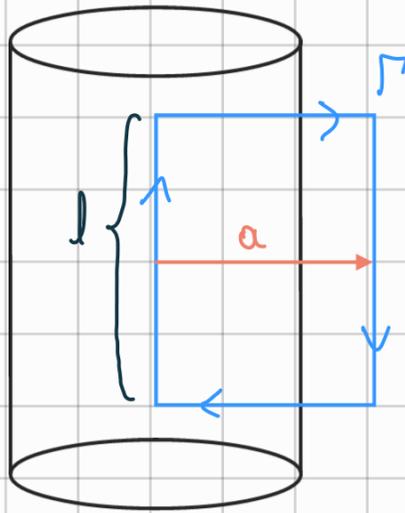
pero  $x$  es una distancia cualquiera del centro, por lo que se concluye que el campo fuera del solenoide es igual a 0.

$$\vec{B} = 0 \quad r > b$$

Con esto podemos usar la Ley de Ampère para encontrar el campo magnético al interior de la bobina.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

Tomamos un camino rectangular  $\Gamma$  de alto  $l$ , ancho  $a$  y orientado en sentido anti-horario, que enlace la corriente que fluye por la bobina



Calculamos  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^l B(r) \hat{z} \cdot \hat{z} dz + \int_0^a B(r) \hat{z} \cdot \hat{r} dr + \int_0^l 0 \cdot (-\hat{z}) dz + \int_a^0 B(r) \hat{z} \cdot (-\hat{r}) dr$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^l B(r) dz$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = l B(r)$$

Dado que nuestro camino tiene alto  $l$  y la bobina tiene  $n$  vueltas por unidad de largo, la corriente enlazada será

$$I_{\text{enl}} = l n I(t)$$

$$\Rightarrow \cancel{l} B(r) = \mu_0 \cancel{l} n I(t)$$

$$\vec{B} = \mu_0 n I(t) \hat{z}$$

$$\vec{B}(t) = \mu_0 n I_0 \sin(\omega t) \hat{z} \quad r < b$$

b)

Notemos que el campo magnético varía en el tiempo, por lo que de acuerdo a la Ley de Faraday, ahora aparecerá un campo eléctrico

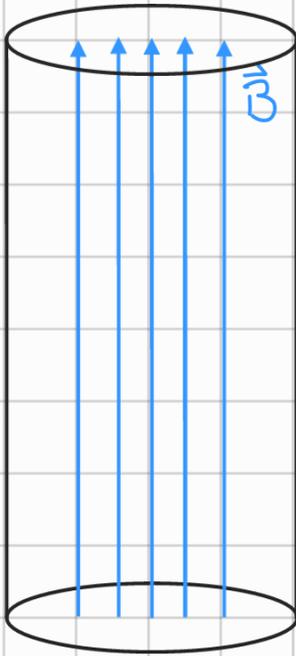
$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Notemos que esta ley presenta un parecido con al Ley de Ampère

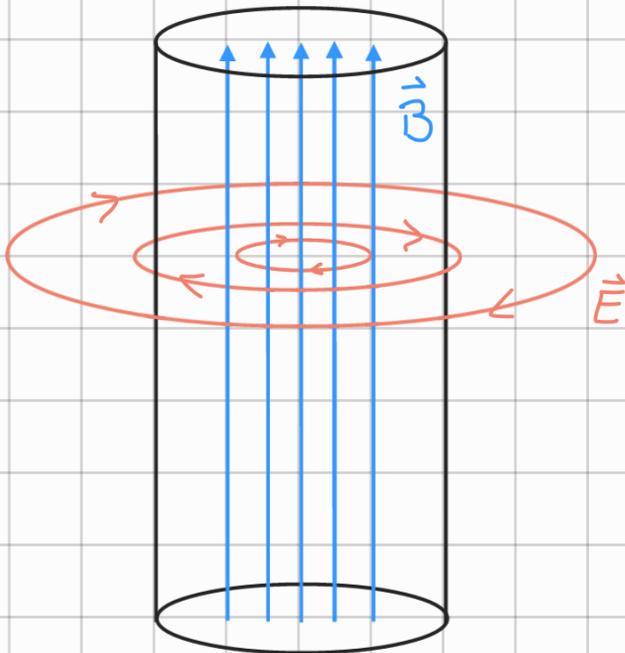
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \sim \nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Y como ya sabemos, el campo magnético ( $\mathbf{B}$ ) se "envuelve" alrededor del sentido en el que viaja la corriente, por lo que en este caso, el campo eléctrico ( $\mathbf{E}$ ) se envolverá alrededor

del sentido en el que varía (temporalmente) el campo magnético. De modo que si nuestro campo magnético se ve así:



El campo eléctrico deberá enrollarse alrededor de este:

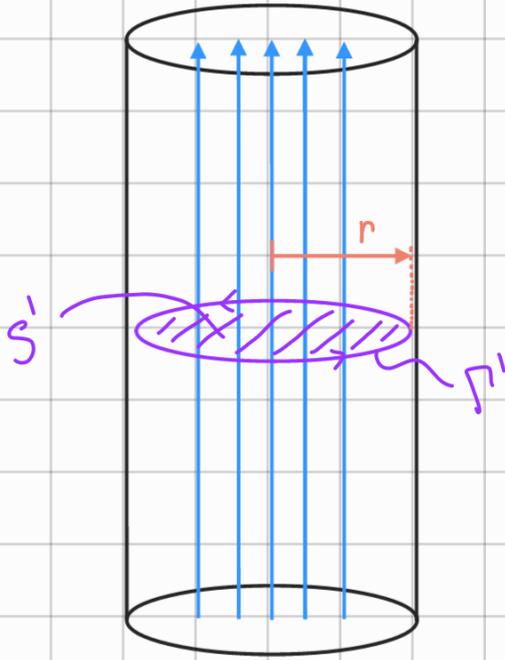


Usando el Teorema del Rotor de Stokes, se llega a la forma integral de la Ley de Faraday

$$\oint_{\Gamma'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \star$$

Y aprovechando la simetría del sistema, podemos usar esta ecuación para despejar  $\mathbf{E}$ .

Lo que haremos será aplicar esta fórmula sobre una superficie  $S'$  circular de borde  $\Gamma'$  (orientado en sentido anti-horario) y radio  $r \in (0, b)$ , como se muestra a continuación



Por otro lado, dada la simetría del problema,  $\mathbf{E}$  no tendrá dependencias en  $z$  ni  $\varphi$ , además de que solo apuntará en  $\varphi$ , o sea

$$\vec{E} = E(r) \hat{\varphi}$$

Dado que  $\Gamma'$  "vive" en el mismo lugar que  $\mathbf{E}$ , podemos escribir

$$\oint_{\Gamma'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} E(r) \hat{\varphi} \cdot \varphi r d\varphi$$

$$\oint_{\Gamma'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E(r)$$

Y ahora calculamos el otro lado de la ecuación

$$-\iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \int_0^{2\pi} \int_0^r \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t) \underbrace{\hat{z} \cdot \hat{z}}_{=1} r' dr' d\varphi'$$

$$-\iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\mu_0 n I_0 \pi \omega \cos(\omega t) r$$

$$\star \Rightarrow 2\pi r E(r) = -\mu_0 n I_0 \pi \omega \cos(\omega t) r$$

$$\vec{E}(r, t) = -\frac{\mu_0 n}{2} I_0 \omega r \cos(\omega t) \hat{\varphi} \quad r > b$$

c)  $r > b$

Realizamos un procedimiento análogo al anterior, pero ahora la superficie y borde sobre los que integraremos tendrán un radio  $r > b$ .

Idénticamente a la parte anterior tendremos:

$$\oint_{r'} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E(r)$$

Ahora vamos con la segunda integral

$$-\iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \int_0^{2\pi} \int_0^r \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Como  $\mathbf{B}$  no es el mismo dentro ( $r < b$ ) que fuera ( $r > b$ ) de la bobina, tendremos que separar esta integral en 2, y recordando que  $\mathbf{B} = 0$  para  $r > b$ :

$$-\iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^b \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} - \int_0^{2\pi} \int_b^r 0 \cdot d\vec{S} \right]$$

$$= - \int_0^{2\pi} \int_0^b \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t) \hat{z} \cdot \hat{z} r' dr' d\varphi'$$

$$-\iint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\pi b^2 \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \cancel{2\pi} r E(r) = -\cancel{\pi} b^2 \mu_0 n I_0 \omega \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}(r) = -\frac{\mu_0 n}{2} b^2 I_0 \omega \frac{\cos(\omega t)}{r} \hat{\varphi}$$

P<sub>2</sub>

a)

Esta parte la podemos hacer usando la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 V = -\rho/\epsilon_0$$

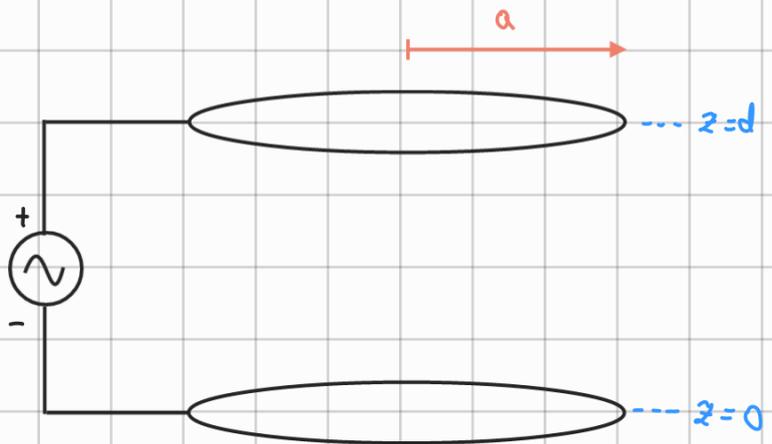
Como en el espacio entre placas no existe carga libre

$$\nabla^2 V = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad / \int dz$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = A \quad / \int dz$$

$$V(z, t) = Az + B$$



Sabemos que la diferencia de potencial entre las placas es  $V_0 \cos(\omega t)$

∴

$$V(z=d, t) - V(z=0, t) = V_0 \cos(\omega t)$$

$$Ad + \cancel{B} - \cancel{B} = V_0 \cos(\omega t)$$

$$A = \frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} \Rightarrow V(z, t) = \frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} z + B$$

Recordemos que  $-\nabla V = \vec{E}$

$$-\nabla V = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} z \right) \hat{z}$$

$$\vec{E}_0(t) = -\frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} \hat{z}$$

b)

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Como en el espacio entre las placas no hay densidad de corriente

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\omega V_0}{d} \sin(\omega t)$$

Esto indica que  $\vec{B} = B(r) \hat{\varphi}$

Podemos resolver de forma análoga a como hacíamos en el caso de la Ley de Ampère.

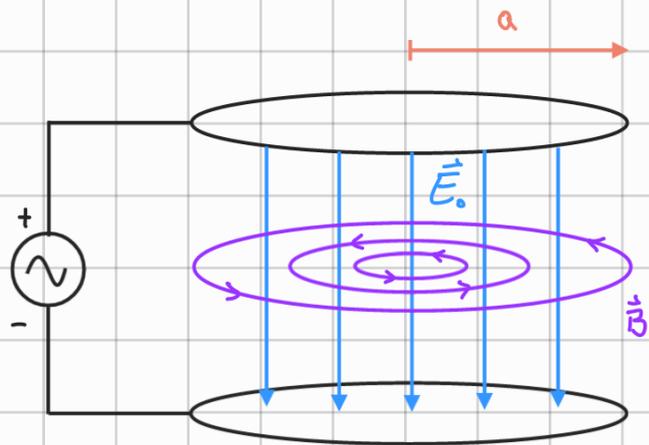
Integrando la ecuación de arriba sobre una superficie  $S$

$$\iint_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

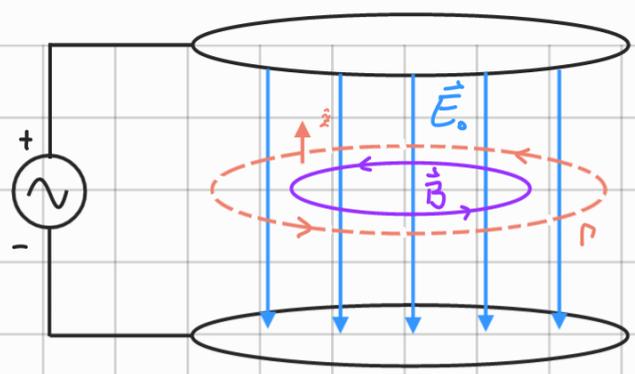
Por el Teorema de Stokes, podemos escribir esta ecuación como

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \star$$

Donde  $\Gamma$  es el borde de  $S$ . Ahora resolvamos como en Ampère.



Primero nos damos un camino  $\Gamma$  orientado en sentido horario, debido a esta elección para la orientación, la normal de la superficie que encierra este camino apuntará en  $(-\hat{z})$ .



Ahora, aplicamos  $\star$  sobre este camino y su respectiva superficie encerrada y reemplazando las formas conocidas de  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{E}$

$$\int_0^{2\pi} B(r) \hat{\phi} \cdot \hat{\phi} r d\phi = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2\pi} \int_0^r -\frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} \underbrace{\hat{z} \cdot \hat{z}}_{=1} \underbrace{r dr d\phi}_{= \frac{r^2}{2}} = 2\pi \frac{r^2}{2}$$

$$B(r)r \int_0^{2\pi} d\phi = -2\pi \frac{r^2}{2} \mu_0 \epsilon_0 \frac{V_0}{d} \frac{\partial}{\partial t} (\cos(\omega t))$$

$$2\pi r B(r) = \omega \pi \mu_0 \epsilon_0 \frac{V_0}{d} r^2 \sin(\omega t)$$

$$\vec{B}_1(r, t) = \frac{\omega \mu_0 \epsilon_0 V_0}{2d} r \sin(\omega t) \hat{\phi}$$

c)

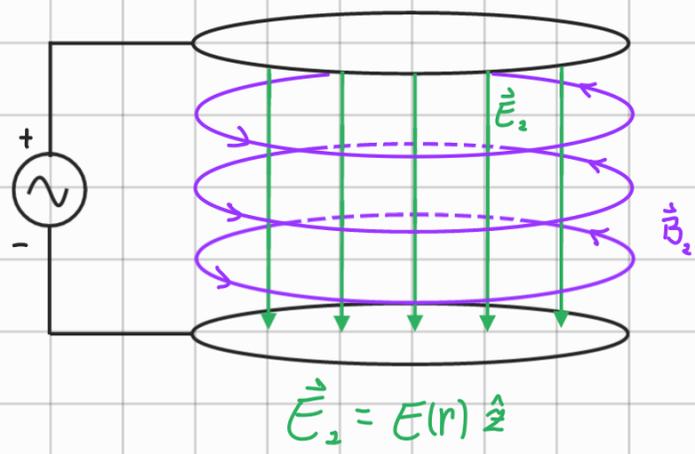
Ahora que conocemos  $\vec{B}_1$  podemos determinar  $\vec{E}_2$  usando

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Integrando sobre una superficie  $S$

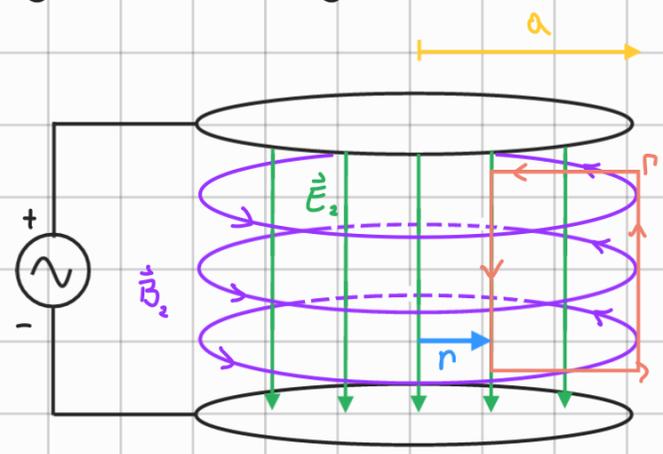
$$\iint_S \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \xrightarrow{\text{Stokes}} \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad *$$

$\vec{B}_2$  y  $\vec{E}_2$  se ven de la siguiente forma



De manera similar a como hicimos en la parte anterior, podemos usar  $*$  para calcular  $\vec{E}_2$

Para ello, usaremos un camino rectangular como sigue



Así tendremos que separar la integral del lado izquierdo de  $*$  en 4 partes

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^d E(r) \hat{z} \cdot (-\hat{z}) dz + \int_r^a E(r) \hat{z} \cdot \hat{r} dr + \int_0^d E(a) \hat{z} \cdot \hat{z} dz + \int_r^a E(r) \hat{z} \cdot (-\hat{r}) dr$$

$$= -E(r) \int_0^d dz + E(r) \int_0^d dz = -E(r)d + E(a)d;$$

Pero en  $r=a$  se tiene  $\vec{E}=0$   
(le sume que fuera de los placar no hay campo.)

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -E(r)d$$

Ahora para el lado derecho de  $*$  calculamos el flujo de  $\vec{B}_2$  sobre la superficie encerrada por  $\Gamma$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^d \int_r^a \frac{\omega \mu_0 \epsilon_0 V_0}{2d} r \sin(\omega t) \hat{\phi} \cdot (-\hat{\phi}) dr dz$$

$$= \frac{\omega \mu_0 \epsilon_0 V_0}{2} \frac{\partial}{\partial t} \sin(\omega t) \int_r^a r dr$$

$$= \frac{\omega \mu_0 \epsilon_0 V_0}{2} \frac{\partial}{\partial t} \sin(\omega t) \left( \frac{a^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 V_0}{4} (a^2 - r^2) \cos(\omega t)$$

$$* \Rightarrow -E(r)d = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 V_0}{4} (a^2 - r^2) \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}_2(r) = -\frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 V_0}{4d} (a^2 - r^2) \cos(\omega t) \hat{z}$$

$$\vec{E}_2(r) = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 V_0}{4d} (r^2 - a^2) \cos(\omega t) \hat{z}$$

d)

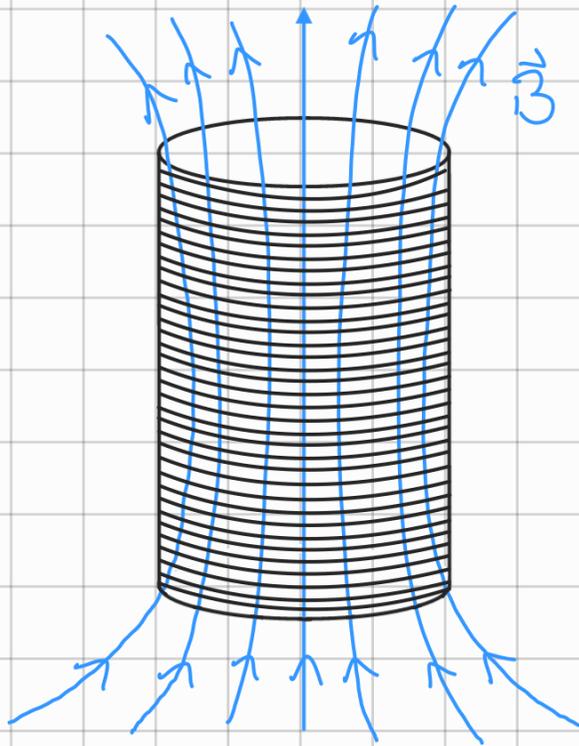
$$\vec{E} \approx \vec{E}_0 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} \approx -\frac{V_0 \cos(\omega t)}{d} \hat{z} + \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 V_0}{4d} (r^2 - a^2) \cos(\omega t) \hat{z}$$

$$\vec{E} \approx \frac{V_0}{d} \left[ \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0}{4} (r^2 - a^2) - 1 \right] \cos(\omega t) \hat{z}$$

P<sub>3</sub>

Dado que el cilindro interior es corto, no podemos utilizar la ley de Ampère para encontrar su campo magnético, pues los argumentos de simetría no valen en este caso. De hecho, el campo del solenoide interior es bastante complicado, y es muy difícil calcularlo de forma analítica, este se vería como algo así



y el flujo de campo magnético sería diferente para cada espira de la bobina exterior.

Sin embargo, podemos hacer uso de la igualdad para la inductancia mutua:

$$\frac{N_1 \Phi_{2,1}}{I_2} = \frac{N_2 \Phi_{1,2}}{I_1} \quad \star$$

En vez de calcular el flujo del campo de la bobina interna sobre la externa, podemos calcular el flujo de la bobina externa sobre la interna y luego despejar el flujo mediante la igualdad de arriba.

Gracias al problema 1 y sabemos que el campo al interior de una bobina muy larga es

$$\vec{B} = \mu_0 n_2 I \hat{z}$$

por lo que el flujo de  $\mathbf{B}$  sobre una espira de la bobina interior es

$$\Phi' = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^a \mu_0 n_2 I \hat{z} \cdot \hat{z} r dr d\varphi = \pi a^2 \mu_0 n_2 I$$

y dado que la bobina interna tiene  $n_1 l$  espiras, el flujo total sobre esta es

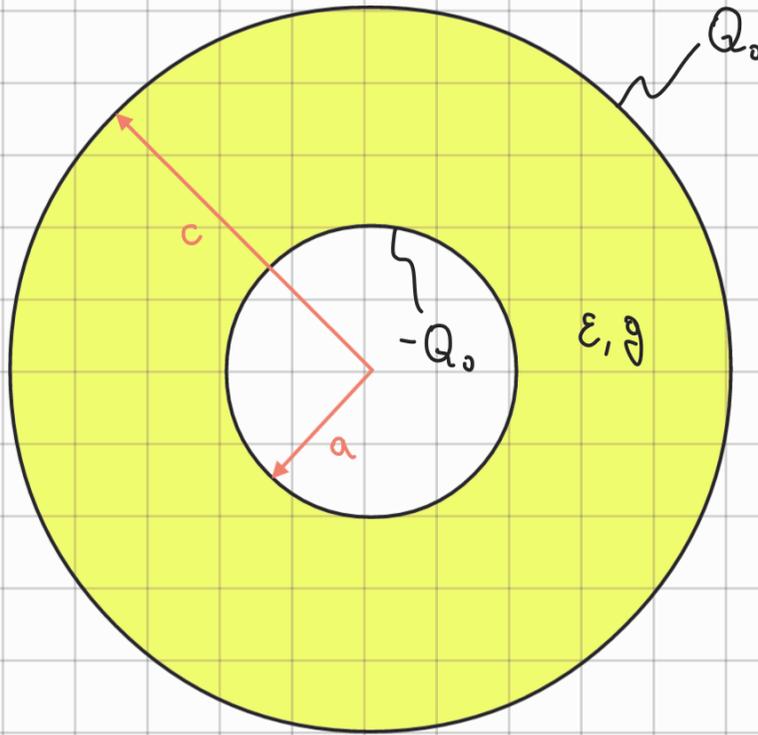
$$\Phi_{2,1} = \pi a^2 \mu_0 n_1 n_2 l I$$

reemplazando en  $\star$

$$\frac{n_1 l}{I} \pi a^2 \mu_0 n_1 n_2 l I = \frac{n_2 L \Phi_{1,2}}{I}$$

$$\Phi_{1,2} = \frac{\pi a^2 \mu_0 n_1^2 I l^2}{L}$$

P<sub>4</sub>



a)

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$\nabla \cdot (\sigma \vec{E}) = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\sigma \nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\sigma \nabla \cdot \left( \frac{\vec{D}}{\epsilon} \right) = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon} \nabla \cdot \vec{D} = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon} \rho_f = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \rho_f(t) = \rho_0 e^{-\frac{\sigma}{\epsilon} t}$$

$$\text{Pero } \rho_1(t=0) = 0 \Rightarrow \rho_0 = 0 \Rightarrow \rho_0(t) = 0 \quad \forall t$$

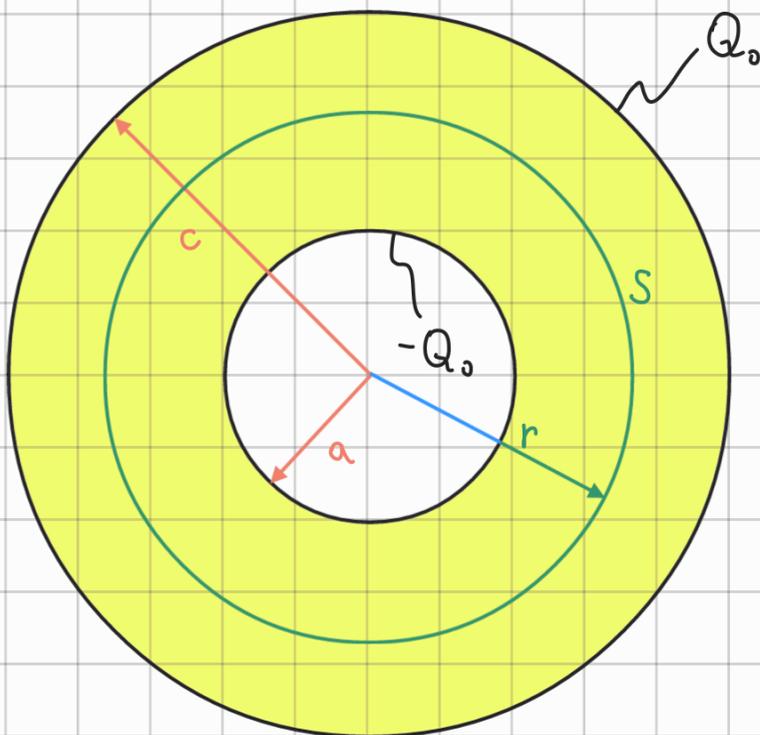
$$\text{Por simetría } \vec{D} = D \hat{r} \Rightarrow \vec{E} = E \hat{r} \Rightarrow \vec{J} = J \hat{r}$$

Usaremos la Ley de Gauss generalizada.

Notemos que en el hueco interno no existe carga, lo que sumado a la simetría del problema indica que ahí no existirá ningún campo. Para la parte externa de la esfera tampoco habrá campo, pues si hacemos una superficie gaussiana que encierre todo el sistema, estaremos encerrando una carga total igual a 0. De esta manera solo puede haber campo entremedio de los casquetes.

$$r \in (a, c)$$

Colocamos una superficie Gaussiana de radio  $r \in (a, c)$



Recordemos que  $\rho_1 = 0$  para todo tiempo, de modo que la carga encerrada corresponderá únicamente a la carga presente en el casquete interno, sin embargo, esta carga varía en el tiempo, por lo que debemos conocer como se comporta.

Recordemos las condiciones de borde para conductores

$$J_2^+ - J_1^+ = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial t}$$

En el casquete de radio  $a$  tendremos:

$$J_{2n} = -\frac{\partial \sigma_0}{\partial t} \quad \left( \vec{J}_n = 0; \text{ no puede haber corriente en el vacío.} \right)$$

y sabemos que  $D_2^+ - D_1^+ = \sigma_1 \Rightarrow D_{2n} = \sigma_1$

( $D_1^+ = 0$ ; no hay campo en el hueco interno).

Peri además sabemos que los 3 campos son radiales, por lo tanto

$$\vec{J} = J_2^+ \Rightarrow \vec{J} = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} \hat{n} \quad // \quad \vec{D} = D_2^+ \Rightarrow \vec{D} = \sigma_1 \hat{n}$$

$$\Rightarrow \quad gE = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial t}$$

$$\vec{J} = g\vec{E}$$

$$g\frac{D}{\epsilon} = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$$

$$\frac{g}{\epsilon} \sigma_1 = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} = -\frac{q}{\epsilon} \sigma_1 \Rightarrow \sigma_1(t) = \sigma_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}$$

En el tiempo inicial, la carga se distribuye de manera uniforme en el cascarón interior, es decir

$$\sigma_0 = \frac{-Q_0}{4\pi a^2} \Rightarrow \sigma_1(t) = \frac{-Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow Q_1(t) = -Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}$$

Usando la ley de Gauss

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}^{(1)} \Rightarrow 4\pi r^2 D = -Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}$$

$$\vec{D}(r) = \frac{-Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4\pi r^2} \hat{r}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{-Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4\pi \epsilon r^2} \hat{r}$$

$$\vec{J} = g \vec{E}$$

$$\vec{J} = \frac{-g Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4\pi \epsilon r^2} \hat{r}$$

b)

$$U = \frac{Q \Delta V}{2}$$

$$\Delta V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta V = + \int_a^c \frac{+ Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4 \pi \epsilon r^2} \underbrace{\hat{r} \cdot \hat{r}}_1 dr$$

$$= \frac{Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4 \pi \epsilon} \int_a^c \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4 \pi \epsilon} \left( \frac{-1}{r} \right) \Big|_a^c = \frac{Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4 \pi \epsilon} \left( \frac{1}{r} \right) \Big|_c^a$$

$$\Delta V = \frac{Q_0 e^{-\frac{q}{\epsilon} t}}{4 \pi \epsilon} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)$$

$$\Rightarrow U = \frac{Q_0^2 e^{-\frac{2q}{\epsilon} t}}{8 \pi \epsilon} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right)$$

La energía disminuye.

c)

$$\epsilon = \epsilon_0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{-Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\vec{J} = \frac{-g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Por la Ley de Ampère Maxwell

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad // \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0^2 r^2} \hat{r}$$

$$= -\frac{\mu_0 g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} + \mu_0 \cancel{Q_0} \frac{g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0^2 r^2} \hat{r}$$

$$= -\frac{\mu_0 g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} + \frac{\mu_0 g Q_0 e^{-\frac{a}{\epsilon_0} t}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0$$