

MA5801 Análisis Convexo y Dualidad**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 6

Subdiferencial

22 de septiembre de 2024

P1. (Subdiferencial de la inf-convolución) Sean X, Y espacios en dualidad y $f, g : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ convexas. Pruebe que si $\bar{x}_1 \in \text{dom}(f), \bar{x}_2 \in \text{dom}(g)$ son tales que $(f \square g)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) = f(\bar{x}_1) + g(\bar{x}_2)$, entonces:

$$\partial(f \square g)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) = \partial f(\bar{x}_1) \cap \partial g(\bar{x}_2)$$

P2. (Función distancia) Sea X un espacio de Hilbert y $C \subseteq X$ convexo cerrado no vacío:

a) Pruebe que para $x \in X$:

$$\text{dist}_C(x) = \max_{\|x^*\|_* \leq 1} \left\{ \langle x^*, x \rangle - \sup_{y \in C} \langle x^*, y \rangle \right\}$$

b) Describa los elementos de $\partial(\text{dist}_C)(x)$ para todo $x \in X$.