

MA5801 Análisis Convexo y Dualidad**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Benjamín Vera Vera

Auxiliar 5

Conjugada de Fenchel

9 de septiembre de 2024

P1. (Conjugada de la inf-convolución) Pruebe que

$$(f \square g)^* = f^* + g^*$$

En que \square es la inf-convolución de $f, g : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ y la conjugada es tomada con respecto a la dualidad de espacios (X, Y) .

P2. (Caracterización de $\Gamma_0(X)$) Pruebe que

$$f \in \Gamma_0(X) \iff f \text{ propia convexa y sci}$$

P3. Sea H espacio de Hilbert en dualidad consigo mismo.

a) Para $f : H \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{1}{2}\|x\|^2$, pruebe que $f = f^*$

b) Muestre que si $f \in \Gamma_0(H)$ con $f = f^*$, entonces $f = \frac{1}{2}\|\cdot\|^2$