



Auxiliar Extra

P1. Considere dos secuencias de números positivos $\{d_i^+\}_{i=1}^n$ y $\{d_i^-\}_{i=1}^n$. Considere el problema de determinar si existe un dígrafo G (sin aristas múltiples) con vértices $\{v_1, \dots, v_n\}$ tal que

$$\forall i \in [n], \quad d^+(v_i) = d_i^+ \quad \wedge \quad d^-(v_i) = d_i^-.$$

1. Modele el problema como intersección de 2 matroides. Es decir, encuentre 2 matroides $\mathcal{M}_i = (E, \mathcal{I}_i)$, $i \in [2]$, para las cuales se cumpla que para cierto k .

$$\max\{|I| : I \in \mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2\} = k \iff \text{Existe el dígrafo buscado}$$

2. Modele el problema como un problema de flujo máximo.

[Indicación:] Asuma que $\sum_{i \in [n]} d_i^+ = \sum_{i \in [n]} d_i^-$.

P2. Considere un evento al que acuden k familias de f_i integrantes cada una. Suponga que todos los participantes del evento deben volver a un hotel en el que alojan en n autos. Suponga que ciertas familias no confían en algunos autos, cada auto tiene su propia capacidad y 2 miembros de la misma familia no se puede subir en el mismo auto.

P3. Dado una red $(G = (V, E), u, s, t)$ y una función $g : V \rightarrow \mathbb{R}$. Considere el problema de encontrar un flujo máximo f que satisfaga que $f^{\text{in}}(v) \leq g(v)$. Modele el problema como uno de flujo máximo.