Auxiliar # 2

Resolución de sistemas lineales

Profesor: Marcos Kiwi
Auxiliar: Marcelo Zamorano

P1.- Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a)

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & - & 3x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 8 \\ 2x_1 & & & - & 3x_3 & = & 1 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} & & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & & & + & x_3 & + & 2x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 6 \\ x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & & & = & 5 \end{array}$$

P2.- Considere:

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & 2 & 0 & 1 \\ \alpha & -3 & 2 & -1 \\ \alpha & -2 & -1 & 1 \\ 2\alpha & -2 & -4 & \beta \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ \alpha+\beta+2 \end{pmatrix}.$$

Determine los valores de α, $\beta \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema $Ax = b$, con $x \in \mathcal{M}_{4,1}(\mathbb{R})$:

a) Tiene solución única.

b) Tiene infinitas soluciones.

c) No tiene solución.

P3.-

a) Sean A, B matrices de $n \times m$ con coeficientes reales. Pruebe que:

$$A = B \iff \forall x \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R}), \forall y \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R}),\ x^t A y = x^t B y.$$

Indicación: Calcule $e_j^t A e_i$ donde $e_j = (I_m)_{j\bullet}$ y $e_i = (I_n)_{i\bullet}$. I_m e I_n son las identidades de tamaño m y n respectivamente.

b) Sean A, B matrices de $n \times n$ simétricas con coeficientes reales. Pruebe que:

$$A = B \iff \forall x \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R}),\ x^t A x = x^t B x.$$

$\boxed{\textbf{P4.-}}$ **[Propuesto]** Considere el sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcrcrcl} \alpha x_1 & + & \beta x_2 & & & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ \beta x_1 & + & \beta x_2 & + & (\alpha+\beta)x_3 & = & 0 \end{array}$$

donde x_1, x_2 y x_3 son las incógnitas. Determine las condiciones sobre α y β tal que:

a) No exista solución.

b) Exista solución única.

c) Existan infinitas soluciones.