



Auxiliar Extra Examen

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Ignacio Romero Orrego, Ignacio Dagach Abugattas

P1. Para comenzar

Considere el sistema lineal, en x , $Ax = b$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \\ a \end{pmatrix}.$$

- Encuentre los valores de $a \in \mathbb{R}$ de manera que el sistema tenga solución.
- Encuentre una base del núcleo de A . ¿Cuál es la dimensión de la imagen de A ?

P2. Matraca

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Determine el polinomio característico de A .
- Determine los valores y vectores propios de A . ¿Es A definida positiva? ¿Es A invertible? Justifique sus respuestas.
- Construya una base ortonormal de vectores propios de A .
- Diagonalice A , si es posible, es decir, encuentre matrices P y D tales que $A = PDP^{-1}$ y escriba una matriz diagonal \bar{D} tal que $A^{-1} = P\bar{D}P^{-1}$.