Auxiliar Extra C3

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Ignacio Romero Orrego, Ignacio Dagach Abugattas

P1. Para comenzar (Nacho)

Sean $k, n \in \mathbb{N}$, donde $1 \leq k < n$, y $\{v_1, \ldots, v_k\}$ una base ortonormal del subespacio vectorial $V \subseteq \mathbb{R}^n$. Considere $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ y la matriz de $n \times n$ dada por

$$A = \lambda_1 v_1 v_1^T + \lambda_2 v_2 v_2^T + \cdots + \lambda_k v_k v_k^T.$$

a) Pruebe que v_i es vector propio de A asociado al valor propio λ_i

b) Pruebe que dado $v \in V^\perp$ con $v \neq 0$, entonces este es vector propio de A, e indique a qué valor propio está asociado

c) ¿Es A diagonalizable?

P2. Matraca (Nacho)

Considere

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ & \end{pmatrix}, \quad u_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre una base ortonormal de $\langle \{v_1, v_2, v_3\} \rangle$

b) Complete M para que u_1 y u_2 sean sus vectores propios

P3. De controles (Nacho)

a) Demuestre que, si λ es un valor propio de A, de vector propio v, entonces $\lambda^2 + \lambda$ es valor propio de la matriz $A^2 + A$

b) Demuestre que, si A es diagonalizable, también lo es $A^2 + A$

c) Demuestre que, A no es invertible, si y sólo si, tiene al 0 como valor propio asociado.