Auxiliar 10: Repaso C2

Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Ignacio Romero Orrego, Ignacio Dagach Abugattas

P1. Para comenzar (matraca)

Sea $U = \left\{\vec{x} \in \mathbb{R}^4, \sum_{i=1}^{4} x_i = 0\right\} \leq \mathbb{R}^4$ y $T : U \to \mathbb{R}^3$ con $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y+z \\ y+z+w \\ w+x+z+y \end{pmatrix}$

a) Demuestre que T es una transformación lineal y encuentre bases y dimensiones para $\mathrm{Ker}(T)$ e $\mathrm{Im}(T)$. ¿Es T inyectiva? ¿Es T sobreyectiva?

b) Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{y} \quad B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

P2. Matraca (pero interesante)

Para $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ y $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ con $T\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ a+b+c \\ a+b+c+d \end{pmatrix}$ y $L\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ y-x \\ z-y \end{pmatrix}$.

a) $(\texttt{Ctrl} + \texttt{c})\{(\text{P1.a}))\} + (\texttt{Ctrl} + \texttt{v})$

b) Entregue de forma explícita $T \circ L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

c) Entregue la matriz representante de $T \circ L$ con respecto a la base $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ en la partida y la base canónica en la llegada.

P3. Bases

Calcule $L\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ considerando:

- $L : \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ una transformación lineal
- $\mathcal{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
- $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
- $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ MR de L para las bases $\mathcal{C}$ (partida) y $\mathcal{B}$ (llegada)

P4. Bases (extensión)

Considere $C = \{2x^2 - 1, x^2 + 1, 3\} \subseteq \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ y $W = \langle C \rangle$.

a) ¿Es C base de W? De no serlo entregue un subconjunto de C tal que sea base W.

b) Extienda, de ser posible, la base encontrada previamente a una de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.