Resumen Auxiliar 2
Álgebra lineal - MA1102-1 - Primavera 2024
Ignacio Romero Orrego & Ignacio Dagach Abugattas

1. **Asociatividad:** *Si* $A \in \mathcal{M}_{mn}(\mathbb{K}), B \in \mathcal{M}_{nq}(\mathbb{K}), C \in \mathcal{M}_{qs}(\mathbb{K})$, *entonces:*

$$A(BC) = (AB)C \in \mathcal{M}_{ms}(\mathbb{K}).$$

2. **Distributividad con respecto a la suma**: *Dadas* $A \in \mathcal{M}_{mn}(\mathbb{K}), B, C \in \mathcal{M}_{ns}(\mathbb{K})$, *entonces*

$$A(B + C) = AB + AC \in \mathcal{M}_{ms}(\mathbb{K}).$$

De igual manera se tiene la distributividad por el otro lado.

Definición (Matriz invertible) $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{K})$ es **invertible** si y sólo si existe $B \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{K})$ tal que:

$$AB = BA = I. \tag{1.1}$$

Proposición 1.3. *De existir una matriz* B *que satisfaga (1.1), esta es única. Por ende la notaremos* $B = A^{-1}$.

Definición (Potencias de una matriz) Dada $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{K})$

$$A^0 = I, \quad A^n = AA^{n-1}, \quad n \geq 1.$$

Definición (Traspuesta) Dada una matriz $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{mn}(\mathbb{K})$, se define la **traspuesta** de A como aquella matriz de $n \times m$ que denotaremos por A^t tal que $(A^t)_{ij} = a_{ji}$.

Esto corresponde a intercambiar el rol de las filas y columnas. Más claramente, la primera fila de A^t es la primera columna de A y así sucesivamente.

Proposición 1.6.
1. $(A^t)^t = A, \quad \forall A \in \mathcal{M}_{mn}(\mathbb{K})$.
2. $(AB)^t = B^t A^t$.
3. *Si* $D \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{K})$ *es diagonal, entonces* $D^t = D$.

Proposición 1.7.
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{K})$ *invertibles entonces:*

1. *La inversa de* A *es invertible y* $(A^{-1})^{-1} = A$.
2. *El producto* AB *es invertible y* $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
3. $\forall n \geq 0$, $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$.
4. A^t *es invertible y* $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.