Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1101 - Introducción al Álgebra
06 de Diciembre de 2024

Auxiliar #19: Nada es imposible

Profesor: Maya Stein
Auxiliar: Matías Ortiz Angel
Contacto: matiasortiz@ug.uchile.cl

P1. (**Examen 2023-1**) Para $a, b \in \mathbb{R}$, considere el polinomio $p(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 + ax + b$. Suponga que $p(1) = p(2) = 0$

(a) Determine los valores de a y b

(b) Calcule todas las raíces de $p(x)$ y factorícelo en $\mathbb{R}$ como en $\mathbb{C}$

P2. (**Examen 2023-1**)

(a) Encuentre todas las raíces complejas del polinomio $p(x) = x^4 + 1$.

(b) Factoricelo en $\mathbb{R}$ como en $\mathbb{C}$.

P3. (**Examen 2023-2**)

(a) Encuentre todas las raíces del polinomio $p \in \mathbb{R}[x]$, dado por

$$p(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + 12x^3 - 10x^2 - 8x + 8,$$

sabiendo que cuatro de ellas son racionales y que tienen módulo menor a 4.

(b) Demuestre que si $2 + i \in \mathbb{C}$ es una raíz del polinomio $p \in \mathbb{C}[X]$, dado por

$$p(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,$$

con $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, entonces $x^2 - 4x + 5$ divide a $p(x)$.

(c) Sea

$$p(z) = z^3 + az^2 + bz + c$$

cuyas raíces son 1, $2 + i$, $1 - i$. Determine los valores de a, b y c.

P4. Sea $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ polinomio mónico con $gr(p(x)) = 3$. Se sabe que $p(x)$ es divisible por $(x - 1)$ y que los restos de sus divisiones por $(x - 2), (x - 3)$ y $(x - 4)$ son iguales. Encuentre $p(x)$ y todas sus raíces.