Ejercicio (15 min.)

1. (2 ptos.) Compruebe que $\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$ es la forma polar de $z = 1 - i$.

   Solución: $|z| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ 1 pto. Ahora, $\tan(\arg(z)) = -1$, por lo tanto, $\arg(z) = \frac{3\pi}{4}$ o $\frac{7\pi}{4}$. Como z está en el tercer cuadrante, $\arg(z) = \frac{7\pi}{4}$. 1 pto.

   Otra forma es notar que en $\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$, $\sqrt{2} > 0$ y $\frac{7\pi}{4} \in [0, 2\pi)$. 1 pto. Luego es un complejo en forma polar y usando la definición: $\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}} = \sqrt{2}(\cos(\frac{7\pi}{4}) + i\mathrm{sen}(\frac{7\pi}{4})) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1 - i$. 1 pto.

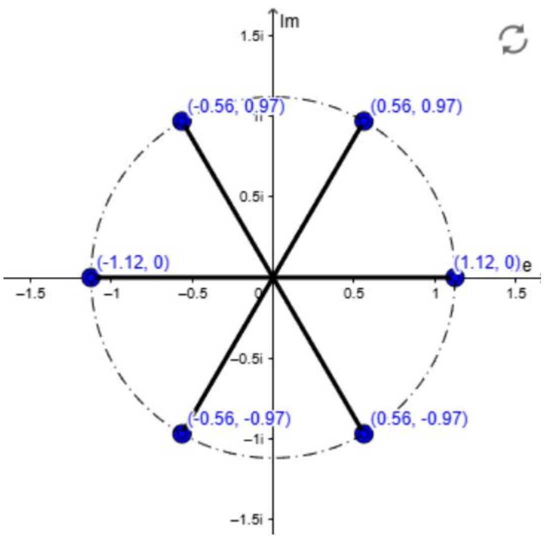
2. (2 ptos.) Resuelva la ecuación $z^3 = 1 - i$.

   Solución: Usando que las raíces n-ésimas de un complejo ω están dadas por $\omega_k = \sqrt[n]{|\omega|}e^{i\frac{2k\pi + \arg(\omega)}{n}}$, $n = 0, 1, ..., n-1$, obtenemos que las raíces cúbicas de $1 - i$ son $\omega_0 = \sqrt[3]{\sqrt{2}}e^{i\frac{\frac{7\pi}{4}}{3}} = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$, $\omega_1 = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$, $\omega_2 = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{23\pi}{12}}$.

   Para la revisión: un punto por plantear bien la formula de las raíces y un punto por obtener las raíces explícitamente usando las coordenadas polares de $1 - i$.

3. (2 ptos.) Grafique las raíces sextas de 2 sin calcularlas. [**Sugerencia:** Grafique primero la raíz real]

   Solución: Graficamos $\sqrt[6]{2}$ en el eje real y luego vamos rotando en $\frac{\pi}{3}$ para obtener el resto 1 pto.



   1 pto.