Respuestas a las preguntas

Lectura 1:

- Más abajo se explica que se pretende clasificar, es decir, agrupar en clases, los elementos del conjunto donde se hace la relación, donde en una clase están todos los semejantes o **equivalentes** a un elemento dado.
- Una relación en A es un conjunto de pares ordenados de lementos de A, es decir, un subconjunto de $A \times A$. Revisar el apunte para responder las otras dos preguntas asociadas a este $\bullet$.
- Se ve en los ejemplos más abajo en la lectura, pero se pone la pregunta ahí, porque es lo que debiera preguntarse uno en ese momento de la lectura.
- Para $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$, $\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \,|\, a^2 = b^2\}$.
- Por definición de preimagen, para $f : A \to B$, $f^{-1}(\{y\}) = \{x \in A \,|\, f(x) \in \{y\}\} = \{x \in A \,|\, f(x) = y\}$. Aplicando lo anterior a $y = f(a)$ se obtiene lo afirmado. Por ejemplo, para $a = 4$, $[2]_{\mathcal{R}} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, f(x) = f(2)\} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 = 4\} = \{\pm 2\}$.
- Es de equivalencia pues es considerar $f : D \to A$, donde D es el conjunto de palabras en el diccionario, A el alfabeto español, y $f(\text{palabra}) = \text{letra con la que empieza}$.
- Para la igualdad, notamos que la unión está contenida en A pues cada clase de equivalencia lo está. Ahora, si $p \in A$, entonces p está en la clase de cualquier palabra que empiece con la letra que empieza p, de hecho, $p \in [p]_{\mathcal{R}}$.
- La intersección es vacía pues no hay dos palabras que empiecen con dos letras distintas simultáneamente. si tomamos una palabra en una clase de una que empiece con m, esa palabra va a estar en ambas clases, eso da la doble contención.
- Se demostró que era de equivalencia la semana pasada.
- Porque son de la forma $q = 3k + 1$.
- Si $3k = q = 3t + 1$, entonces $3(k - t) = 1$ lo que no puede ocurrir.
- $[3]_{\mathcal{R}} = \{q \in \mathbb{Z} \,|\, \exists k \in \mathbb{Z},\, q - 3 = 3k\}\{q \in \mathbb{Z} \,|\, \exists k \in \mathbb{Z},\, q = 3(k + 1)\} = \{q \in \mathbb{Z} \,|\, \exists k \in \mathbb{Z},\, q = 3k\} = [0]_{\mathcal{R}}$.
- La clase depende del resto de la división por 3.
- Que la intersección entre dos conjuntos cualquiera es vacía.
- Revisar definición de partición.
- Es una partición básicamente porque cualquier número deja resto 0,1 o 2 al dividirlo por 3 y porque cualquier entero no puede dejar dos restos simultáneamente la dividirlo por 3 (u otro número).
- Las clases particionan.
- Se llama así porque cuocientar.

- Para una relación que no es de equivalencia podría suceder que una clase sea vacía si la relación no es refleja, o puede que dos clases se intersecten en un subconjunto no vacío propio de ambas clases si no se tiene la transitividad y simetría.
- Es “en particular” pues la I) implica doble contención.
- Para probar, por ejemplo, $II) \Rightarrow I)$ se desprende de $II) \Rightarrow III)$, $III) \Rightarrow I)$ y transitividad.
- Hay que entender la relación entre contención de conjuntos e implicancia.

Lectura 2:

- Formalizar es hacer preciso el concepto, usando las construcciones y métodos de deducción dados, de manera de poder hacer deducciones válidas desde la lógica. La manera $a_0 + a_1 + \cdots a_n$ no dice exactamente, por ejemplo, que terminos están entre a_0 y a_n.
- $a_i = 3i^2 - 5$, $i \in I = \{i \in \mathbb{N}, \mid i \text{ es impar}\}$.
- Para tener una notación compacta y no tener que separar en varios conjuntos de índices.
- Σ es la S mayúscula griega, de “suma”.
- Ganamos precisión en la definición y, lo más importante, sinergia con el método de inducción.
- Las propiedades se escribirían:

  (1) $1 + 1 + \cdots + 1 = n - m + 1$, donde $n - m + 1$ es la cantidad de unos a la izquierda.
  (2) $\lambda a_m + \cdots + \lambda a_n = \lambda(a_m + \cdots + a_n)$.
  (3) $(a_m \pm b_m) + \cdots + (a_n \pm b_n) = (a_m + \cdots + a_n) \pm (b_m + \cdots + b_m)$.
  (4) $a_m + \cdots + a_n = a_{m+s-s} + \cdots + a_{n+s-s} = a_{m-s+s} + \cdots + a_{n-s+s}$.
  (5) $a_m + \cdots + a_n = (a_m + \cdots + a_s) + (a_{s+1} + \cdots + a_n)$.
  (6) $(a_m + a_{m+1}) + (a_{m+1} - a_{m+2}) + \cdots + (a_{n-1} - a_n) + (a_n - a_{n+1}) = a_m - a_{n+1}$.

  Los nombres se deducen de las formulas arriba, donde la última se llama telescópica por la acepción de la RAE “Dicho de algunos órganos o de otros objetos: Que presentan una estructura semejante a la del telescopio de mano, con piezas sucesivas que encajan una en otra.”
- La primera igualdad es por la definición recursiva de sumatoria.
- Revisar definición (sucesión con términos consecutivos de cociente constante).
- Si $r = 1$ la sumatoria de 1^i queda una suma de unos.
- Se factorizó el r^i. Se busca una telescópica pues es la forma principal de cálculo.
- Si la suma no parte de $i = 0$ se pueden agregar y quitar los términos que faltan, eso deja dos sumatorias partiendo de $i = 0$. Para $r = 2$, $n = 10$ queda

$$\sum_{i=0}^{10} 2^i = \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} = 2^{11} - 1 = 2047.$$

- Se busca una telescópica pues es la forma principal de cálculo.
- Se busca una telescópica pues es la forma principal de cálculo.

Preguntas para reflexión personal: ¿Me hace sentido este contenido? ¿por qué? ¿me satisface la explicación que dí de la materia? ¿por qué? ¿estaba correcto y me gustó mi ejemplo? ¿por qué? ¿me hago el tipo de preguntas sugeridas al estudiar apuntes? ¿me sirvió la actividad? ¿por qué? ¿voy a tratar de estudiar el apunte (y otros!) como se propone en el lab? ¿por qué?